O ciclo

Predição-Emparelhamento-Filtragem

na Localização de Robots Móveis

Maria Isabel Ribeiro

Instituto Superior Técnico
Instituto de Sistemas e Robótica
mir@isr.ist.utl.pt

Outubro de 1999

All rights reserved

Sumário

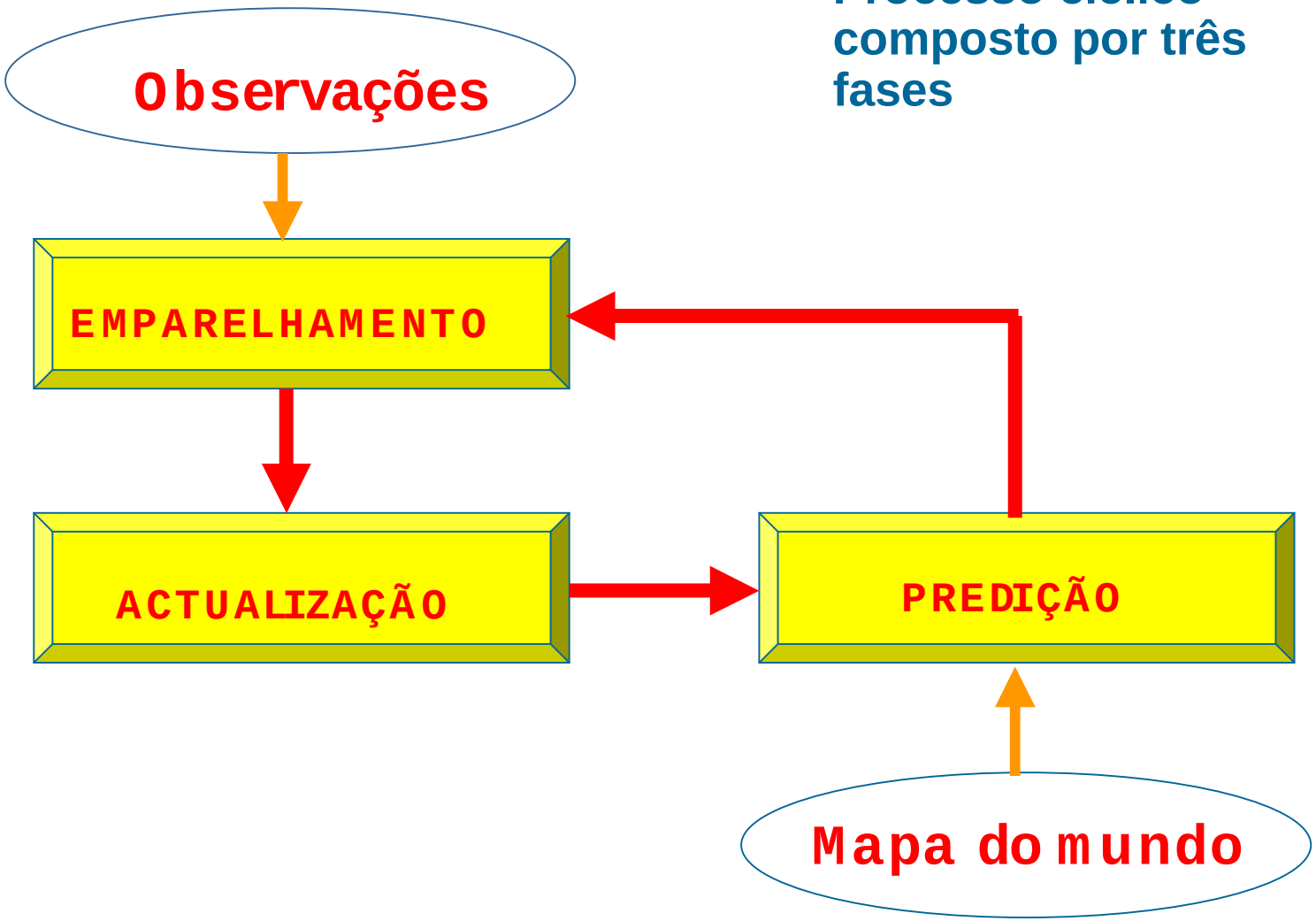
- **Localização Absoluta com base no Ciclo predição-emparelhamento filtragem**
  - Predição
  - Emparelhamento
  - Filtragem
- **Resultados Experimentais**
  - com sonar
  - com laser
- **Conclusões**

Referências

- Artur Arsénio, M. Isabel Ribeiro. Active Range Sensing for Mobile Robot Localization. In *Proceedings da IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotic Systems*, (IROS 98), pp.1066-1071, Victoria, Canadá, Outubro de 1998.
- Artur Arsénio, M. Isabel Ribeiro. Absolute Localization of Mobile Robots using Natural Landmarks. In *Proceedings da IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, (ICECS 98),* pp.483-486, Lisboa, Portugal, Setembro de 1998.
- Frédéric Chenavier, James L. Crowley. Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry. In *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp.2588-2599, Nice, França, Maio de 1992.
- James L. Crowley. World Modeling and Position Estimation for a Mobile Robot using Ultrasonic Ranging. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation,* pp.674-680, Arizona, EUA, Maio de 1989.
- **John J. Leonard, Hugh F. Durrant-Whyte. Mobile Robot Localization by Tracking Geometric Beacons. In *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pp.376-382, Vol.7, No.3, Junho de 1991.**
- **John J. Leonard, Hugh F. Durrant-Whyte. *Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.**
- Martin David Adams, “Sensor Modeling, Design and Data Processing for Autonomous Navigation”, World Scientific, 1999 (Chapter 8)

Localização relativa + localização absoluta

- Processo cíclico composto por três fases



Filtro de Kalman Estendido (EKF)

- **Dinâmica do Sistema**

$$X(k+1) = f(X(k),U(k)) + v(k) \qquad v(k) \sim N(0,Q(k))$$
$$Z(k) = h(X(k)) + w(k) \qquad w(k) \sim N(0,R(k))$$

- **EKF - Predição**

$$\hat{X}(k+1/k) = f(\hat{X}(k/k),U(k))$$

$$\Sigma_X(k+1/k) = \frac{dF}{dX}\Sigma_X(k/k)\frac{dF}{dX}^T + Q(k)$$

- **EKF - Filtragem**

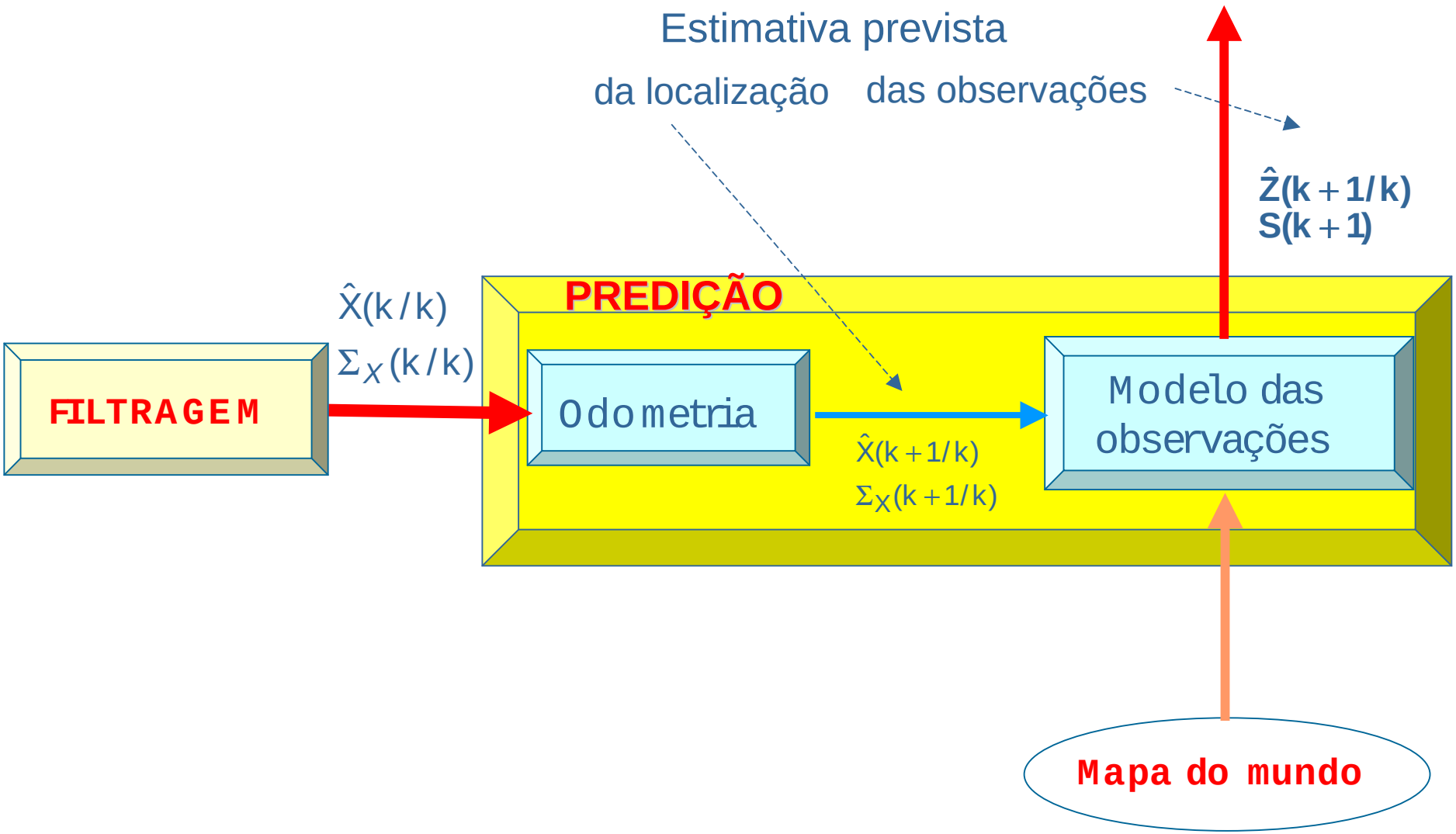
$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)(Z(k+1) - h(\hat{X}(k+1/k))$$

$$K(k+1) = \Sigma_X(k+1/k)\frac{dH}{dX}^T S^{-1}(k+1)$$

$$S(k+1) = \frac{dH}{dX}\Sigma_X(k+1/k)\frac{dH}{dX}^T + R(k+1)$$

$$\Sigma_X(k+1/k+1) = \Sigma_X(k+1/k) - K(k+1)S(k+1)K(k+1)^T$$

Predição


Estimativa prevista
da localização
das observações
$\hat{Z}(k+1/k)$
$S(k+1)$
PREDIÇÃO
$\hat{X}(k/k)$
$\Sigma_X(k/k)$
FILTRAGEM
Odometria
$\hat{X}(k+1/k)$
$\Sigma_X(k+1/k)$
Modelo das observações
Mapa do mundo

Predição da localização

Dinâmica do robot

$$\mathbf{X(k+1) = f(X(k), U(k)) + v(k)}$$

Dados

$$\hat{X}(k/k), \Sigma_X(k/k), \hat{U}(k), Q(k)$$

PREDIÇÃO do estado

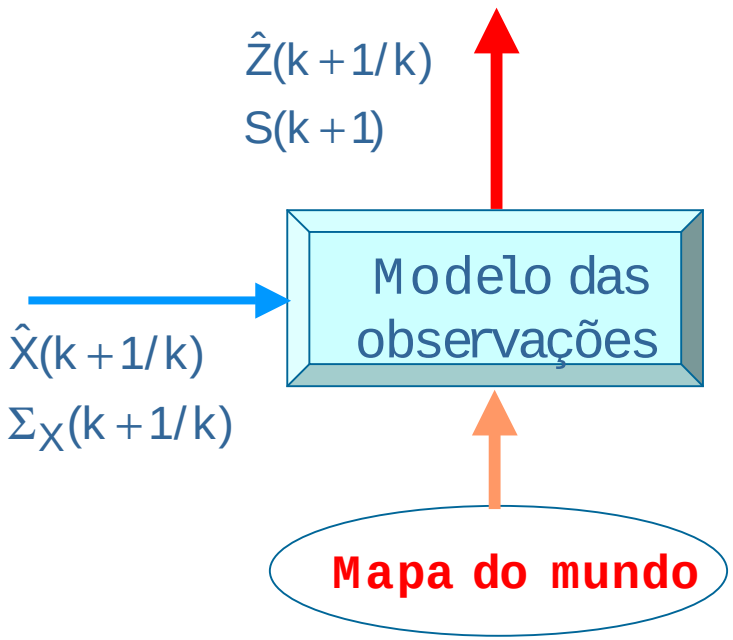
$$\mathbf{\hat{X}(k+1/k) = f(\hat{X}(k/k), \hat{U}(k))}$$

$$\mathbf{\Sigma_x(k+1/k) = \frac{dF}{dX}\Sigma_x(k/k)\frac{dF}{dX}^T + Q(k)}$$

Fase de **PREDIÇÃO** do **EKF**.

Dinâmica linearizada em torno da última estimativa filtrada

Predição das observações



- **Mapa do mundo**
- **Modelo das observações**
- **Modelo dos sensores**

Modelo das observações

$$z_j(k) = h_i(X_s(k), p_i) + w_j(k) \qquad j = 1, \ldots, m$$

ruído de observação $\quad w_j(k) \sim N(0, R_j(k))$

caracterização do alvo

localização do sensor

observação associada ao sensor j

$$Z(k) = [\, z_1(k) \;\; z_2(k) \;\; \ldots \;\; z_m(k) \,]^T$$

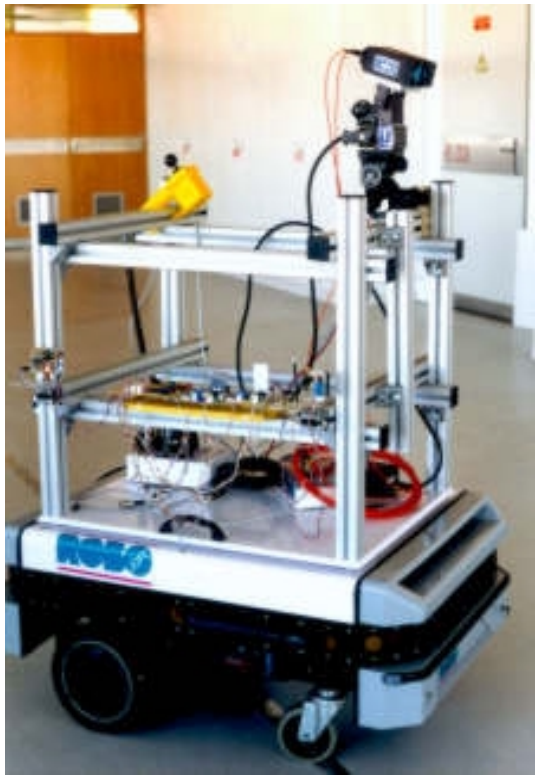
- tipo e caracterização do sensor
- processamento dos dados

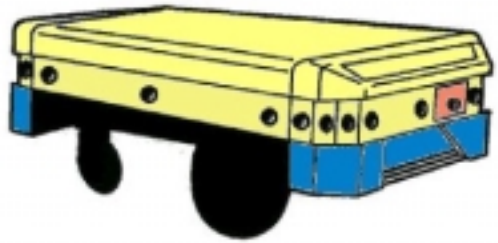
- características geométricas consideradas no mapa

- localização do robot
- localização do sensor no robot

Modelo do sensor

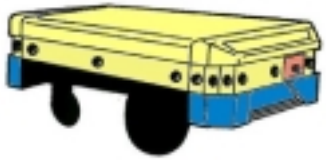
- **Caracterização da percepção espacial**
- **Caracterização dos erros**





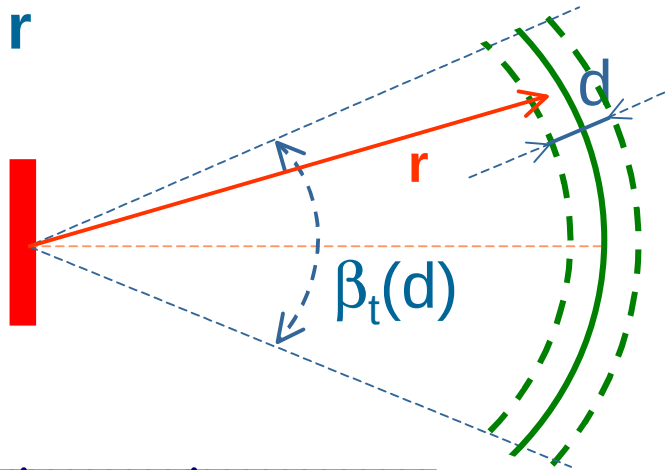
24 sensores de ultrasom (Polaroid)

Laser Range Scanner=LRF+PTU



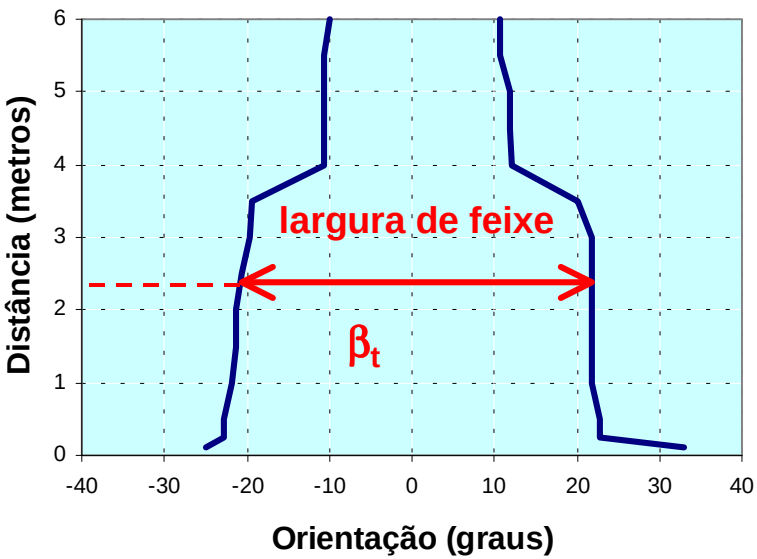
Modelo do sensor-SONAR

- **percepção espacial = distância = r**

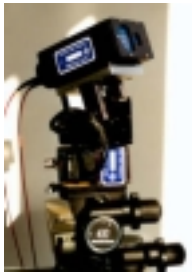


$$r \sim N(d, \sigma_d^2)$$

$$\sigma_d = 0.0052\, r + 0.002 (m)$$

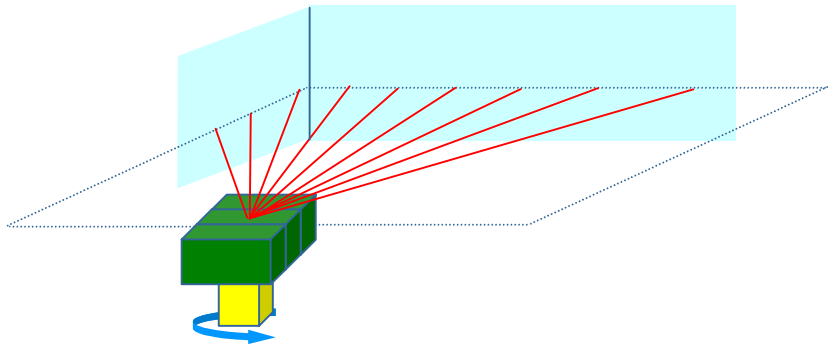


Largura de feixe efectiva como função da distância



Modelo do sensor-LASER scanner

- **percepção espacial = (distância,ângulo) =(r, φ)**

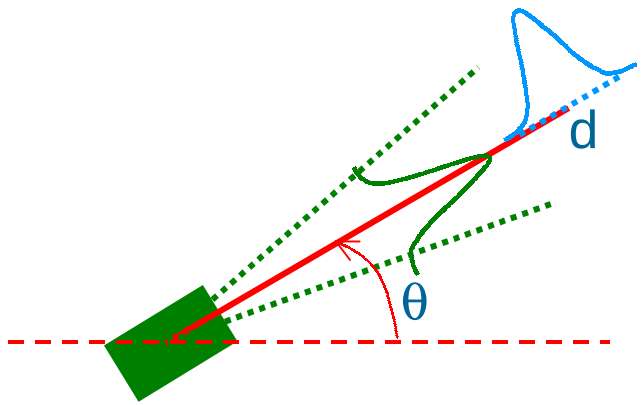


LRF - incerteza radial

PTU - incerteza angular

$$r \sim N(d, \sigma_d^2)$$

$$\varphi \sim N(\theta, \sigma_\theta^2)$$

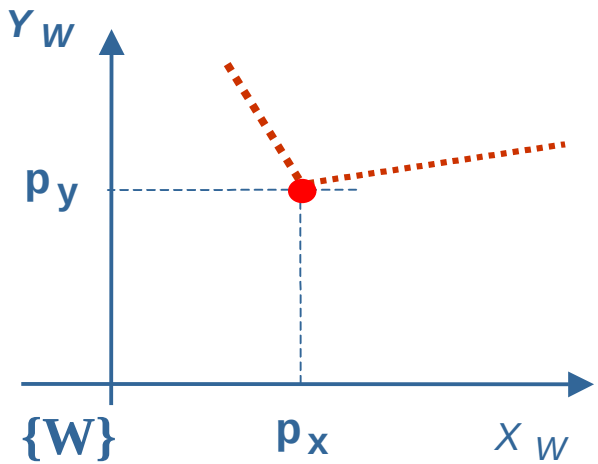


$$\sigma_d = 1{,}5\text{cm}, \quad \sigma_\theta = 0{,}05^o$$

Mapa do mundo

- **Pontos**

$$p_p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

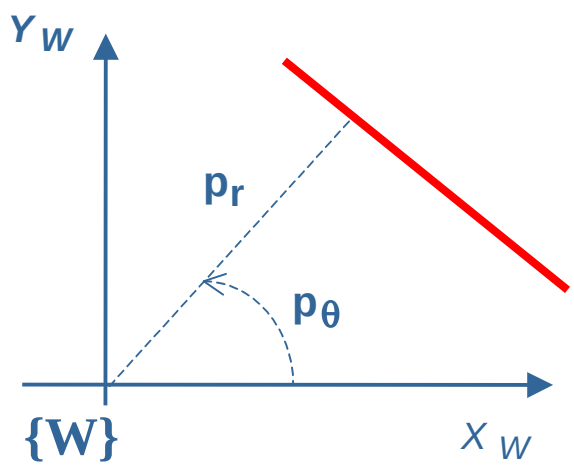


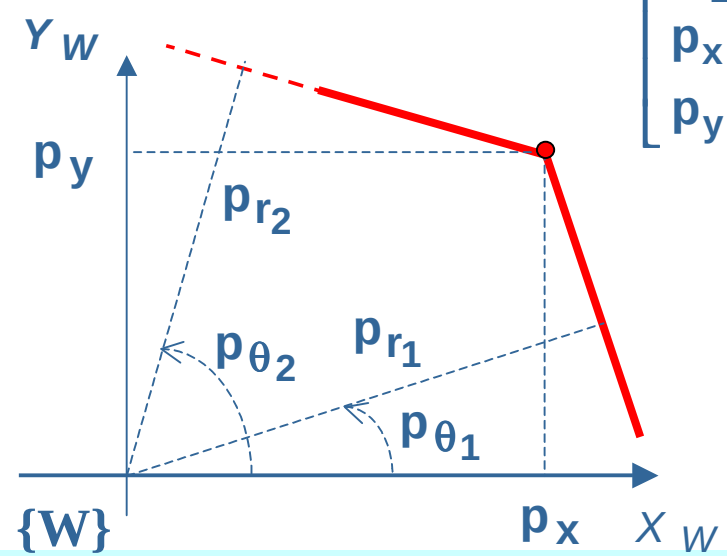
- **Landmarks naturais**
  - um ponto
  - dois segmentos de recta

$$p_\ell = \begin{bmatrix} p_{r_1} \\ p_{\theta_1} \\ p_{r_2} \\ p_{\theta_2} \\ p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$

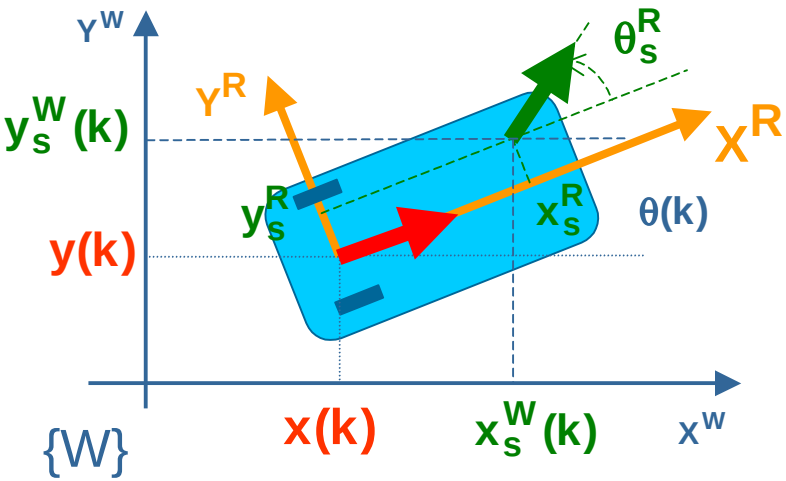
- **Segmentos de recta**

$$p_r = \begin{bmatrix} p_r \\ p_\theta \end{bmatrix}$$





Predição da Localização do sensor



$$X(k) \Rightarrow X_s(k)$$

$$X_S(k) = \begin{bmatrix} x_S^W(k) \\ y_S^W(k) \\ \theta_S^W(k) \end{bmatrix} = X(k) + \begin{bmatrix} \cos\theta(k) & -\sin\theta(k) & 0 \\ \sin\theta(k) & \cos\theta(k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_S^R \\ y_S^R \\ \theta_S^R \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}(k+1/k)$$

$$\Downarrow$$

$$\hat{X}_s(k+1/k)$$

+

Mapa do mundo

+

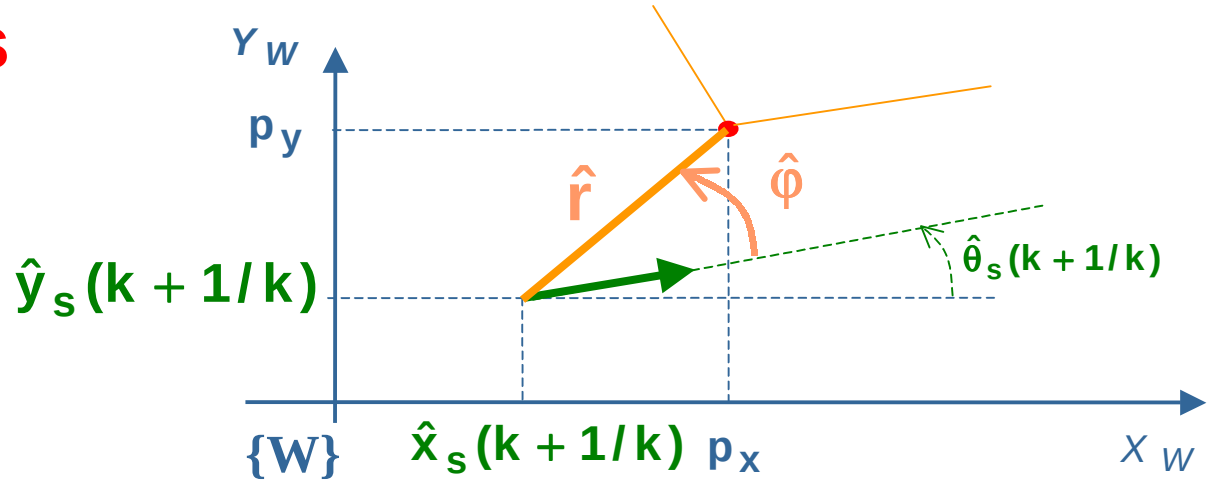
Modelo do sensor

$\Rightarrow$ **predição das observações**

Predição das Observações

- **Pontos**

$$p_p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}$$



$$\hat{z}_i(k+1/k) = h_i(\hat{X}_s(k+1/k), p_p)$$

$$h_i = \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(p_x - \hat{x}_s)^2 + (p_y - \hat{y}_s)^2} \\ \operatorname{arctg}\dfrac{p_y - \hat{y}_s}{p_x - \hat{x}_s} - \hat{\theta}_s \end{bmatrix}$$

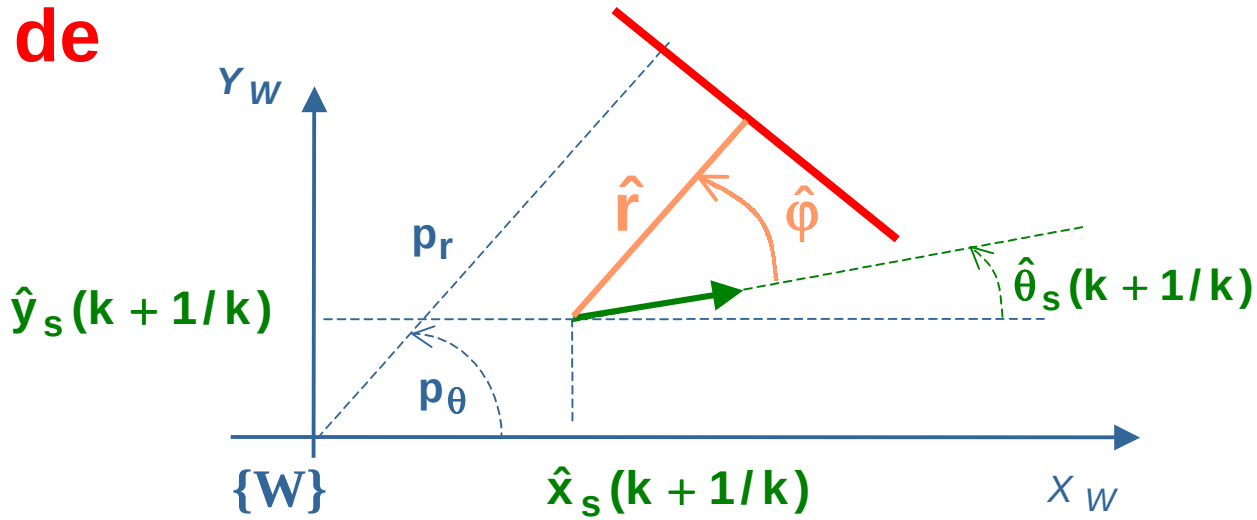
Sonar

$$R_i(k) = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix}$$

Predição das Observações

- **Segmentos de recta**

$$p_r = \begin{bmatrix} p_r \\ p_\theta \end{bmatrix}$$



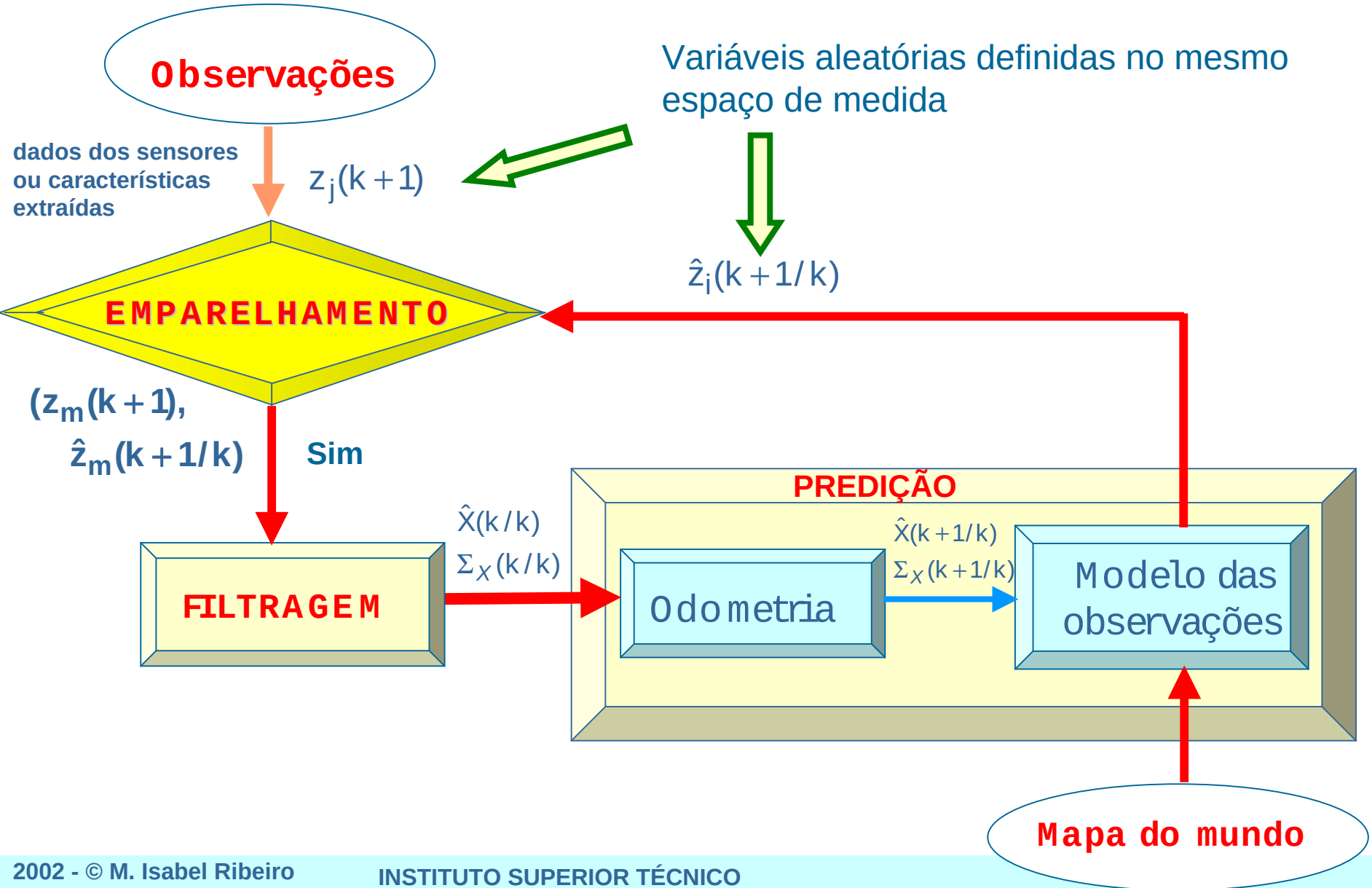
$$\hat{z}_i(k+1/k) = h_i(\hat{X}_s(k+1/k), p_p)$$

$$h_i = \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_r - \hat{x}_s \cos(p_\theta) - \hat{y}_s \sin(p_\theta) \\ p_\theta - \hat{\theta}_s \end{bmatrix} \longleftarrow \text{Sonar}$$

$$R_i(k) = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad \sigma_r^2, \sigma_\varphi^2 \text{ são função de } \sigma_d^2, \sigma_\theta^2$$

$$R_i(k) = \sigma_d^2$$

Emparelhamento

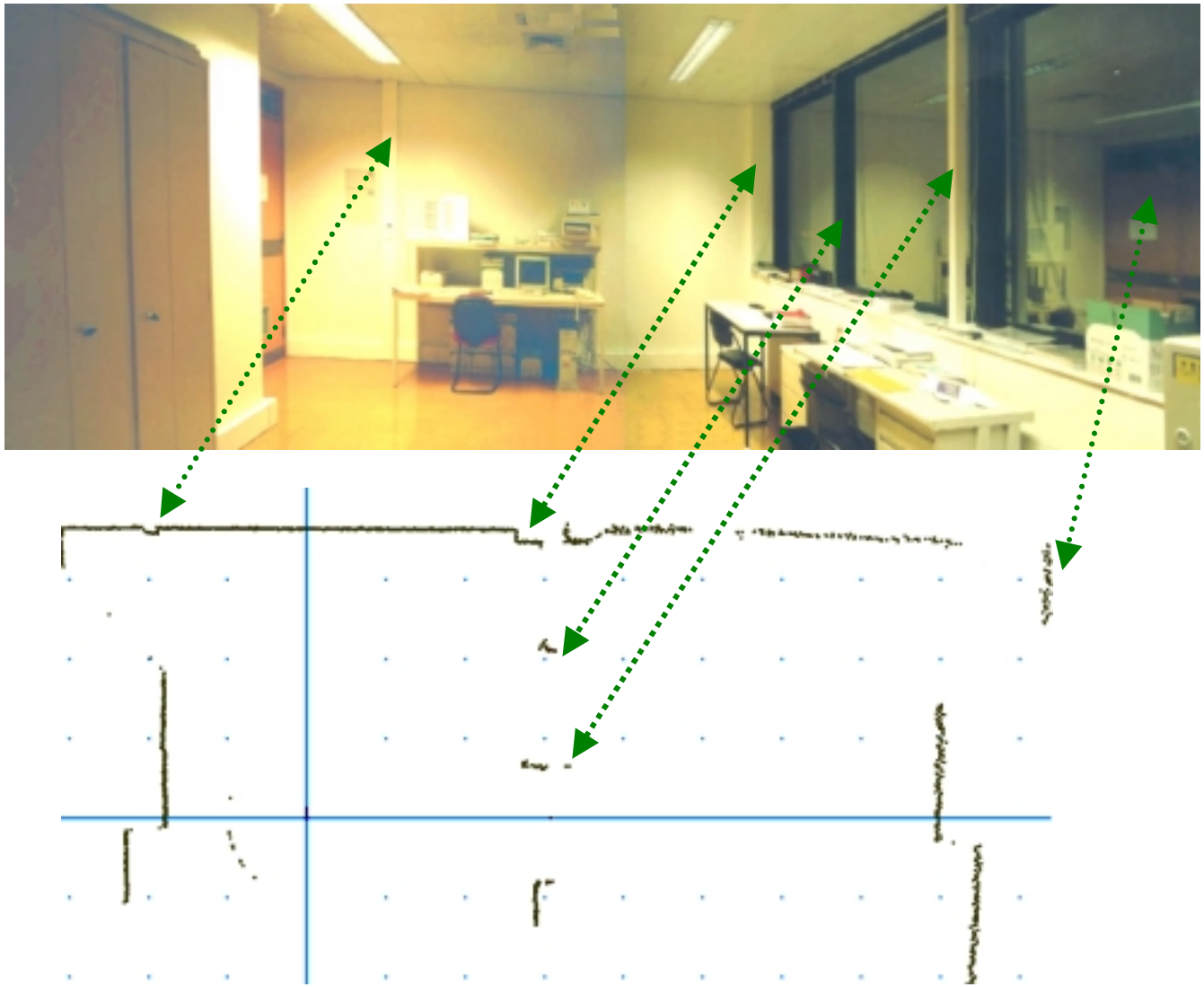


Emparelhamento

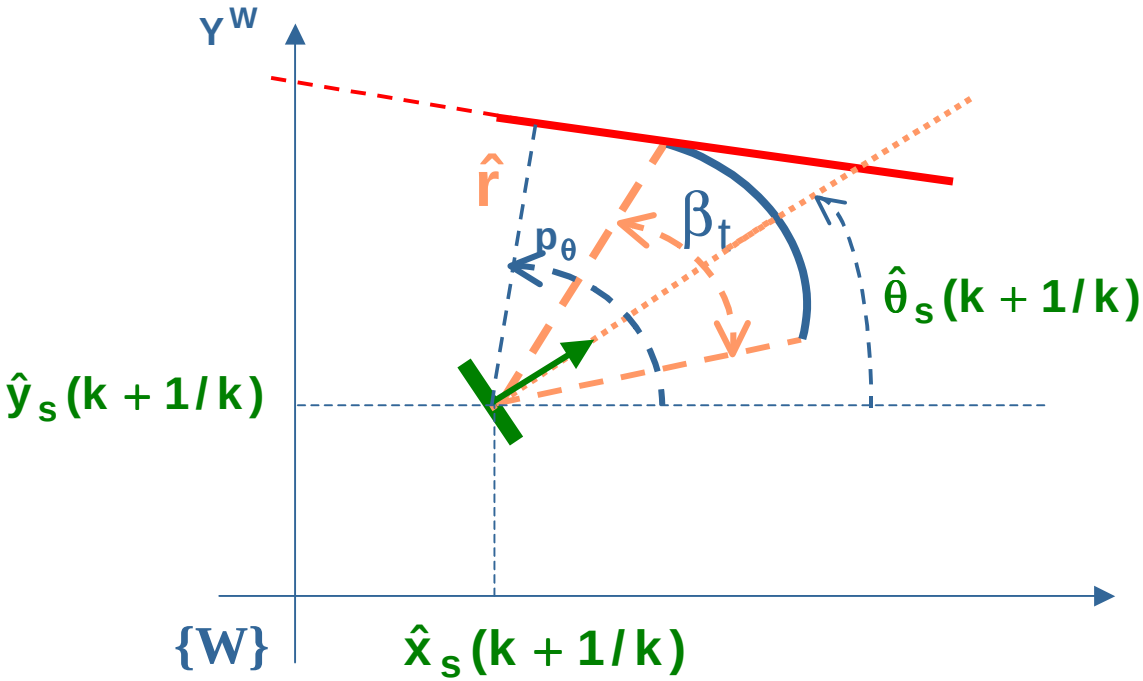
- **O que é o emparelhamento**
  - Quais são os pares $(z_j(k+1), \hat{z}_i(k+1/k))$ válidos?

- **Porque é necessário?**
  - Pares inválidos podem levar à divergência do EKF
  - Para ignorar **observações** ruidosas (outliers)
    - sonar -reflexões múltiplas
    - laser - reflexões especulares
  - Para ignorar **predições** erradas ou inexistentes

Laser - Reflexões Especulares



Sonar - Predições Inexistentes

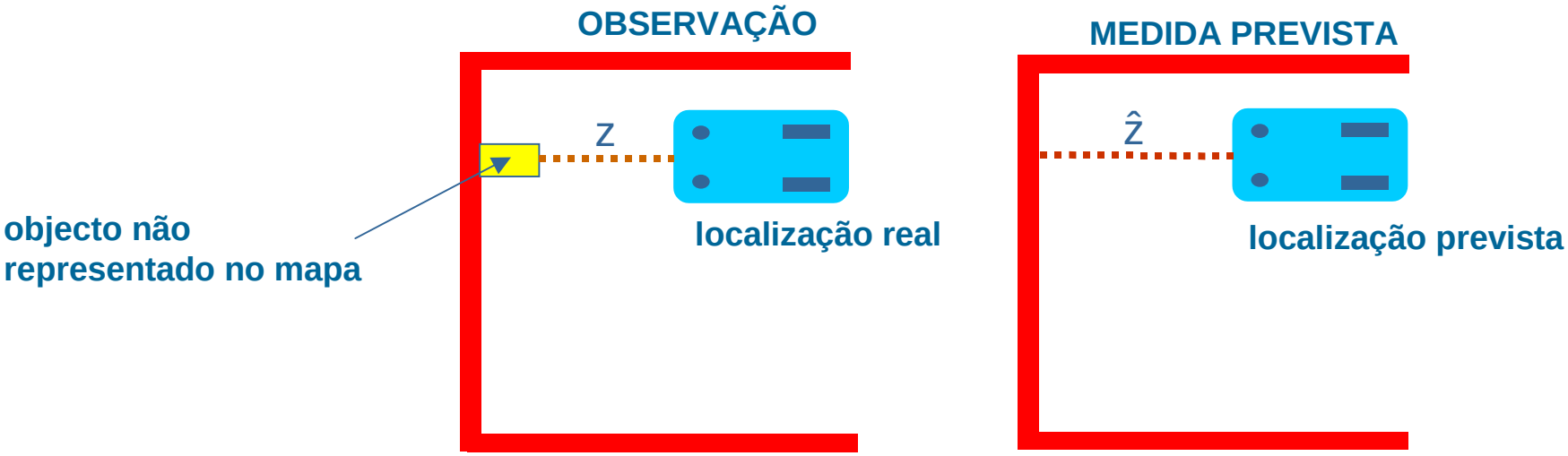


Teste de *visibilidade*

$$\underbrace{\left|p_\theta - \hat{\theta}_s(k+1/k)\right|}_{\hat{\varphi}} \leq \frac{\beta_t}{2}$$

Sonar - Predições Erradas

- Observações previstas erradas



z

$\hat{z}$

$z \neq \hat{z}$

Emparelhamento

- **Como se concretiza?**

$$v_{ij}(k+1) = z_j(k+1) - \hat{z}_i(k+1/k)$$ inovações

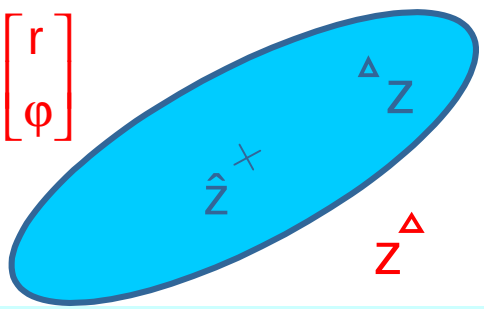
$$S_{ij}(k+1) = E[v_{ij}(k+1)\, v_{ij}(k+1)^T] = \frac{dH_i}{dX}\Sigma_X(k+1/k)\frac{dH_i}{dX}^T + R_i(k+1)$$

$$\underbrace{v_{ij}(k+1)^T S_{ij}(k+1)^{-1} v_{ij}(k+1)}_{\text{região de validade centrada em } \hat{z}_i(k+1/k)} \le \gamma$$

Teste de inclusão de $z_j(k+1)$ na região de validade centrada em $\hat{z}_i(k+1/k)$

laser

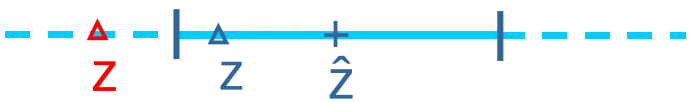
$$z = \begin{bmatrix} r \\ \varphi \end{bmatrix}$$



espaço das observações

sonar

$$z = [r]$$



Emparelhamento e Filtragem

- **Resultado do emparelhamento**

$$V(k+1) = Z(k+1) - \hat{Z}(k+1/k) = \begin{bmatrix} z_1(k+1) - \hat{z}_1(k+1/k) \\ z_2(k+1) - \hat{z}_2(k+1/k) \\ \vdots \\ z_n(k+1) - \hat{z}_n(k+1/k) \end{bmatrix}$$

pares válidos

$$S(k+1) = E[\,V(k+1)\,V(k+1)^T\,] = \frac{dH}{dX}\Sigma_X(k+1/k)\frac{dH}{dX}^T + R(k+1)$$

$$\frac{dH}{dX} = \left[\frac{dH_1}{dX}^T \;\cdots\; \frac{dH_n}{dX}^T\right]^T \qquad \frac{dH_i}{dX} = \left.\frac{\partial h_i}{\partial X}\right|_{X=\hat{X}(k+1/k)}$$

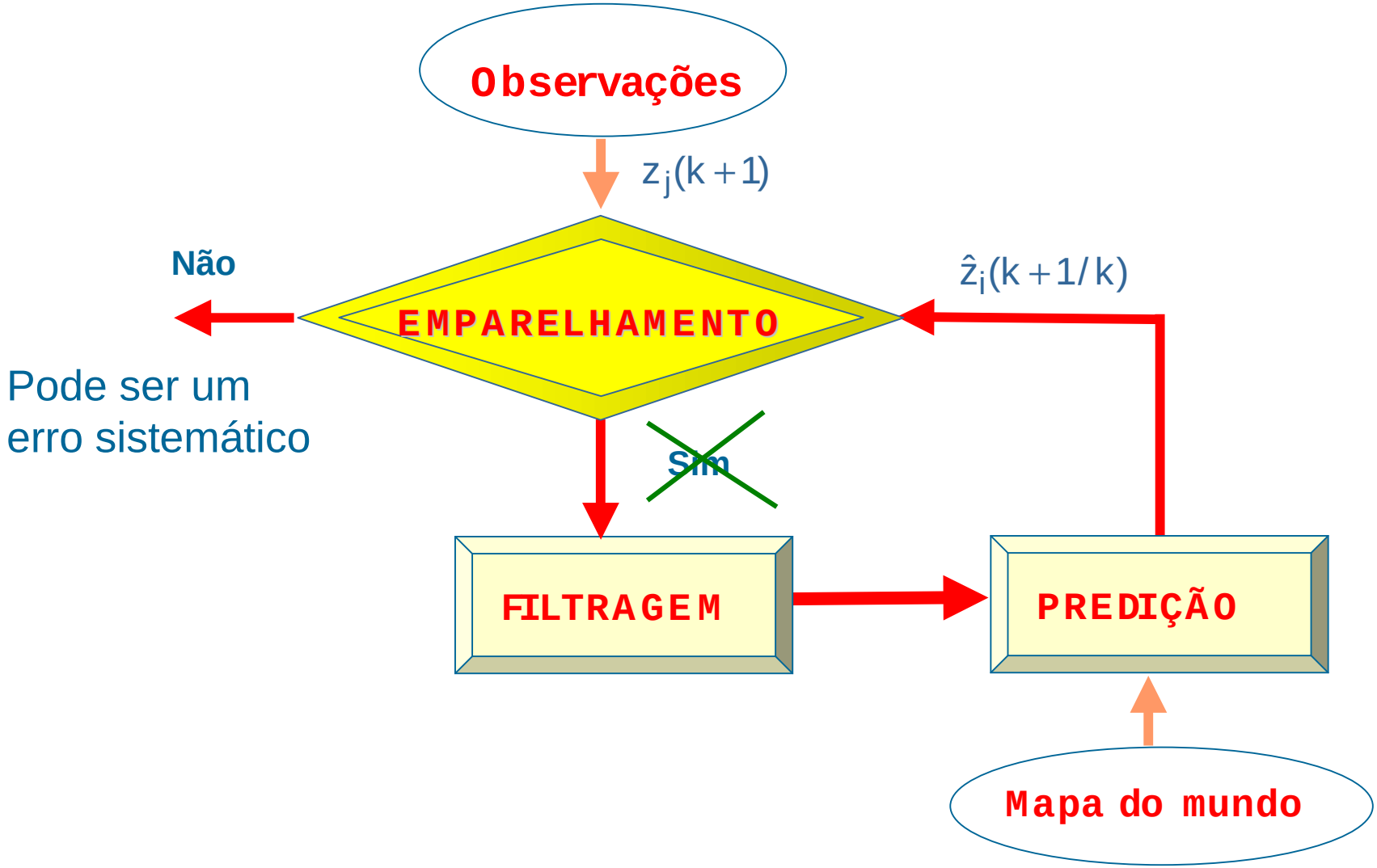
$$R(k+1) = \mathrm{diag}(R_1(k+1),\, R_2(k+1), \cdots, R_n(k+1))$$

- **Filtragem**

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)[Z(k+1) - \hat{Z}(k+1/k)]$$

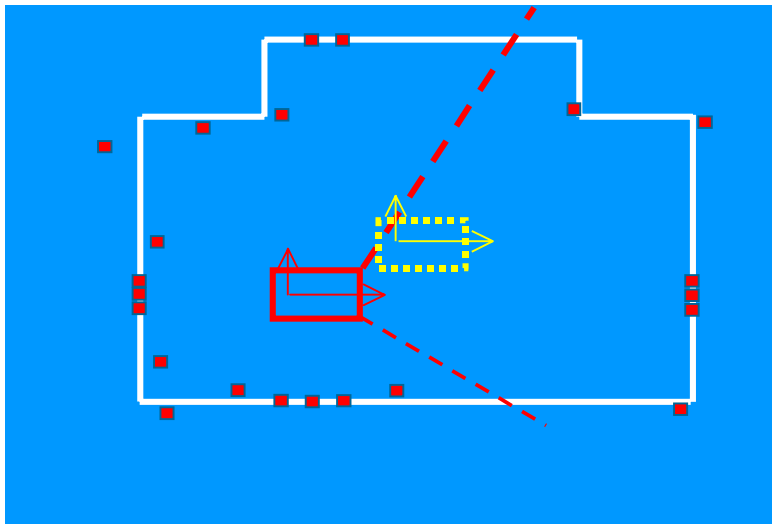
$$K(k+1),\;\; \Sigma_X(k+1/k+1)$$

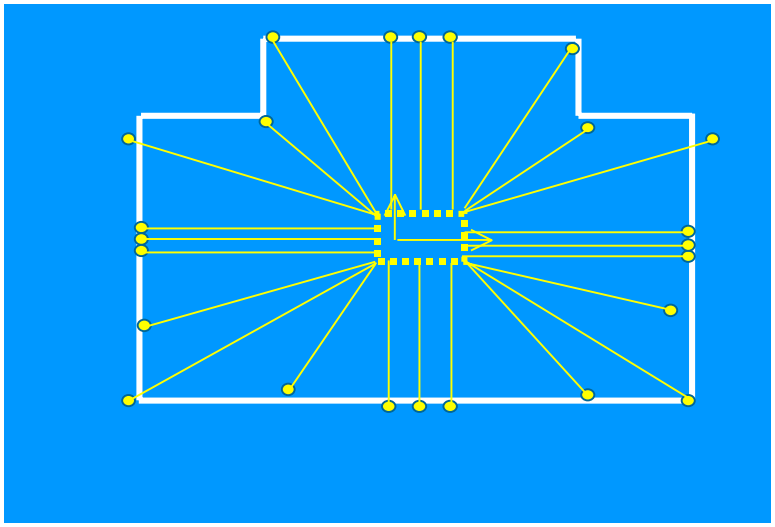
E se não houver emparelhamentos?



Detector de *Bias*

Translação



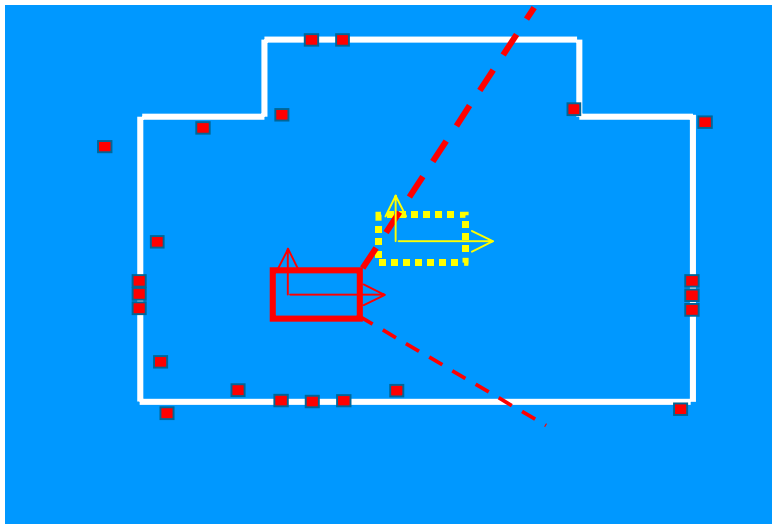


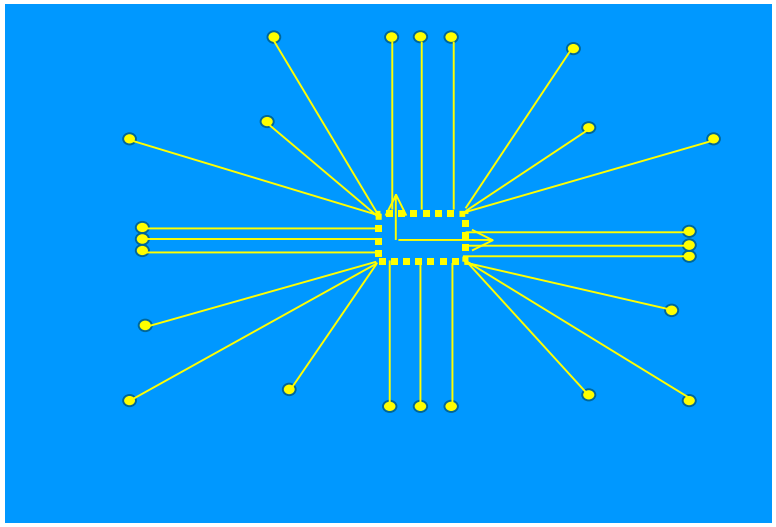
- **Previsão das observações a partir da localização prevista**

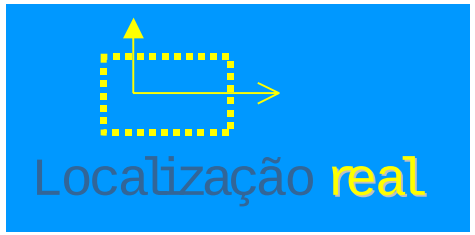
- - - - **direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor**

Detector de *Bias*

Translação





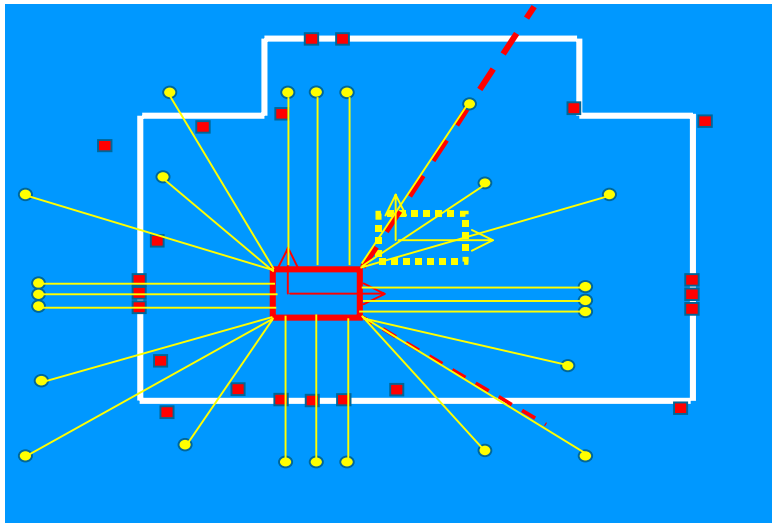


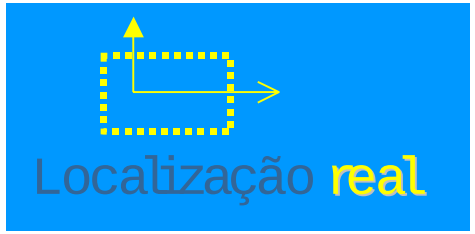
- **Previsão das observações a partir da localização prevista**

- - - - **direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor**

Detector de *Bias*

Translação



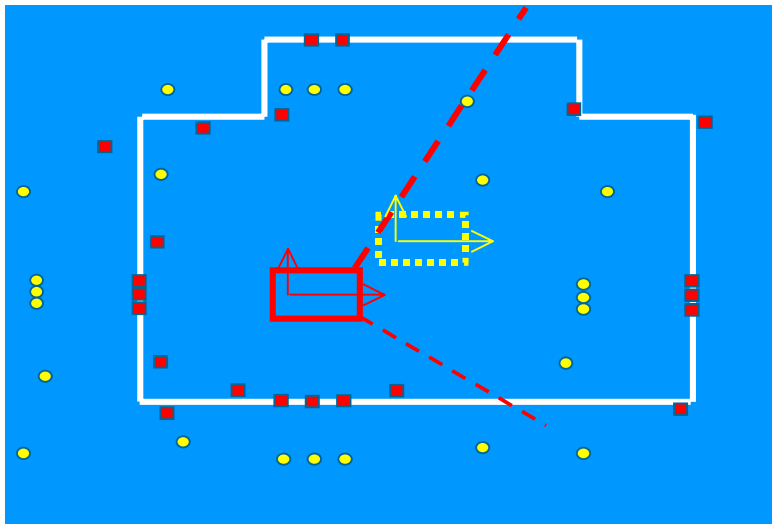


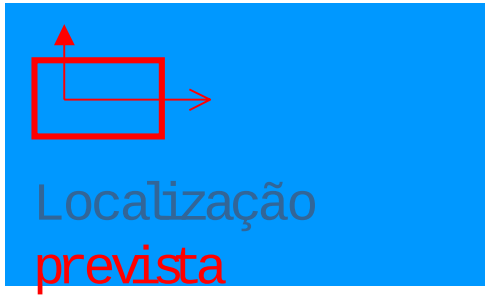
- **Previsão das observações a partir da localização prevista**

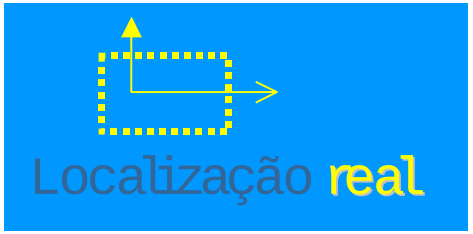
- - - - **direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor**

Detector de *Bias*

Translação







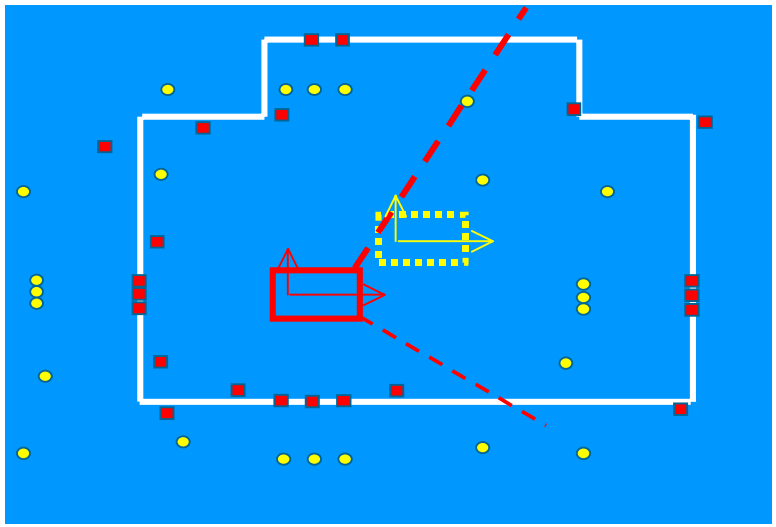
■ **Previsão das observações a partir da localização prevista**

○ **Observações reais como se vistas da localização prevista**

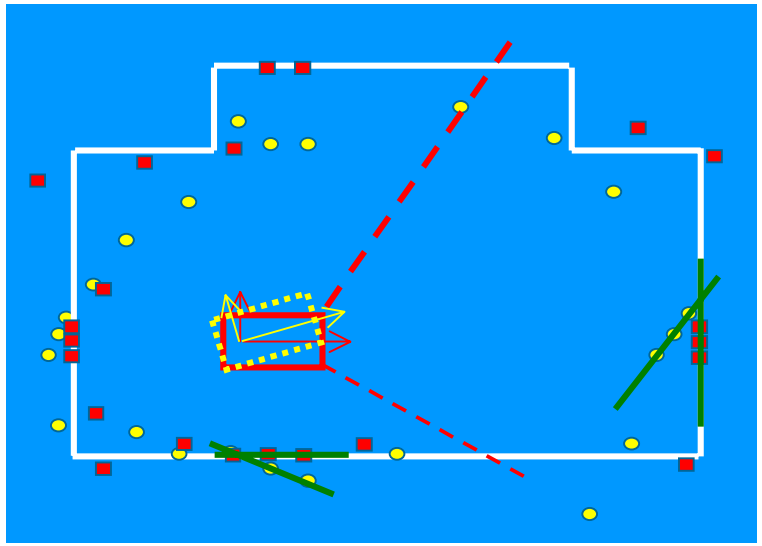
– – – – **direcções segundo as quais não é possível fazer predição de acordo com o modelo do sensor**

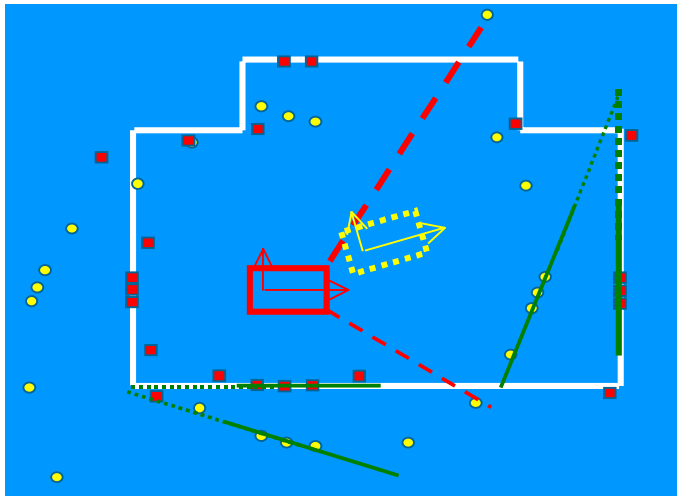
Detector de *Bias*

Translação



Orientação





Orientação e Translação

Detecção e correcção de *Bias*

$\hat{X}(k+1/k)$

$\hat{Z}(k+1/k)$ $\longleftrightarrow$ $Z(k+1)$

Há nº suficiente de emparelhamentos?

NÃO

detecção e correcção de bias

novo vector $\hat{X}(k+1/k)$

novo vector $\hat{Z}(k+1/k)$ $\longleftrightarrow$ $Z(k+1)$

Experiência 1 - sonar

depois do 1º passo de filtragem

Localização "real"

x = 2100 mm
y = 2050 mm
θ = 20 º

Localização inicial dada por um operador

x = 2400 mm $\sigma_x = 100mm$
y = 1800 mm $\sigma_y = 100mm$
θ = 17 º $\sigma_\theta = 15^o$

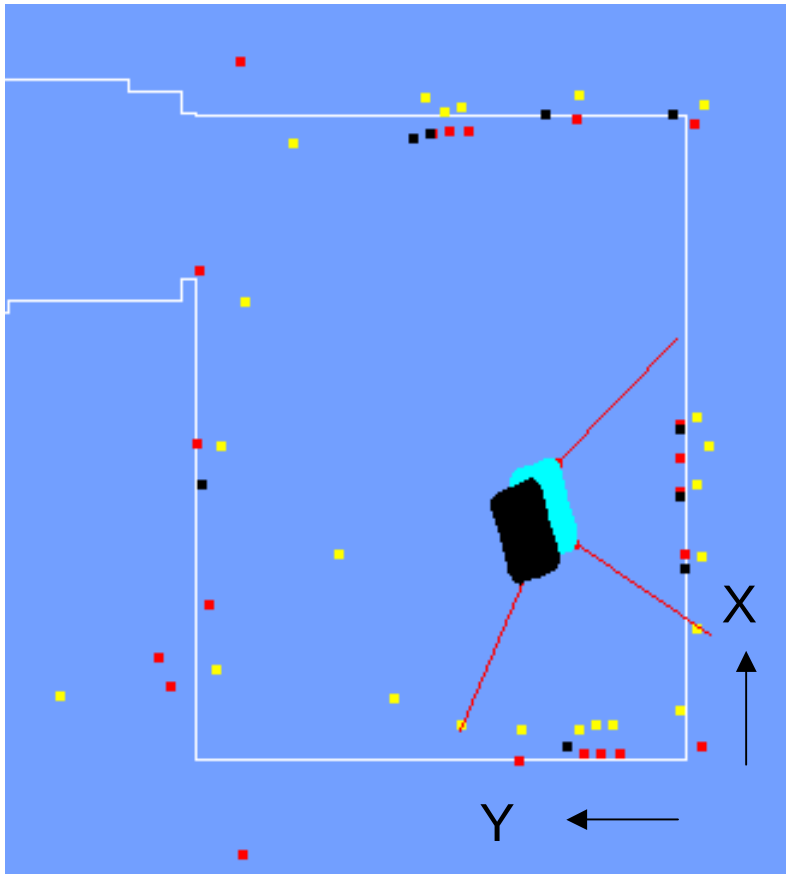
$\hat{X}(0/0)$

Estimativa da localização

$\hat{x} = 2190mm$ $\sigma_x = 27mm$
$\hat{y} = 2030mm$ $\sigma_y = 26mm$
$\hat{\theta} = 19.9^o$ $\sigma_\theta = 3^o$

$\hat{X}(1/1)$

$\hat{X}(0/0) = \hat{X}(1/0)$



■ $\hat{Z}(1/0)$ ■ $Z(1)$ **Observações** dos sonares transladadas para a **localização prevista** ■ Emparelhamento válido

– – – – Direcções segundo as quais não é possível fazer predição

Experiência 1 - sonar

depois do 3º passo de filtragem

Localização "real"

x = 2100 mm
y = 2050 mm
θ = 20 º

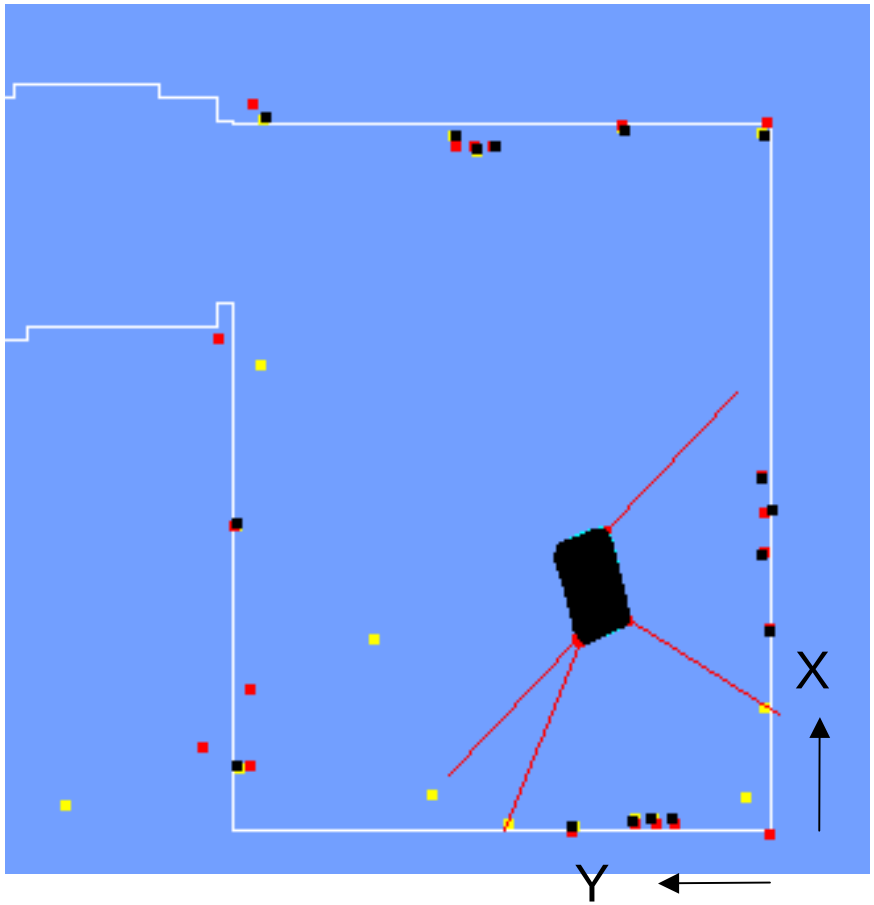
Localização inicial dada por um operador

x = 2400 mm
y = 1800 mm
θ = 17 º

Estimativa da localização

$\hat{x} = 2134mm \quad \sigma_x = 14mm$
$\hat{y} = 2063mm \quad \sigma_y = 14mm$
$\hat{\theta} = 17.9^o \quad \sigma_\theta = 2.4^o$

$\hat{X}(3/3)$



$\hat{X}(3/2)$ praticamente não se vê

■ $\hat{Z}(3/2)$ ■ $Z(3)$ **Observações** dos sonares transladadas para a **localização prevista** ■ Emparelhamento válido

– – – – Direcções segundo as quais não é possível fazer predição

Experiência 1 - sonar

depois do 7º passo de filtragem

Localização "real"

x = 2100 mm
y = 2050 mm
θ = 20 º

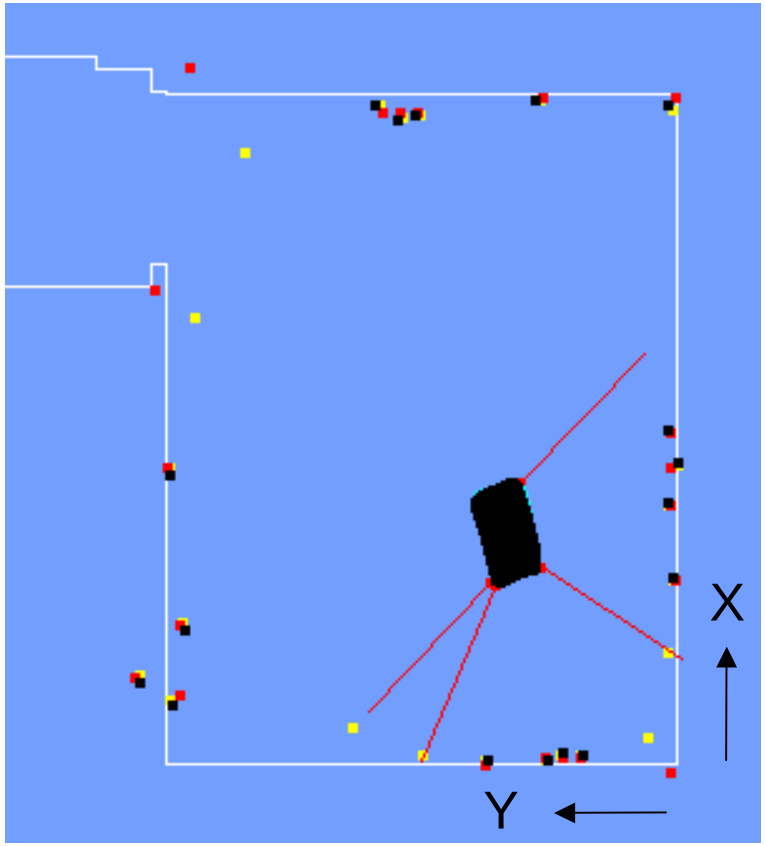
Localização inicial dada por um operador

x = 2400 mm
y = 1800 mm
θ = 17 º

Estimativa da localização

$\hat{x} = 2123\text{mm}$ $\sigma_x = 14\text{mm}$
$\hat{y} = 2067\text{mm}$ $\sigma_y = 10\text{mm}$
$\hat{\theta} = 18.3^o$ $\sigma_\theta = 2.2^o$

$\hat{X}(7/7)$



$\hat{X}(7/6)$ praticamente não se vê

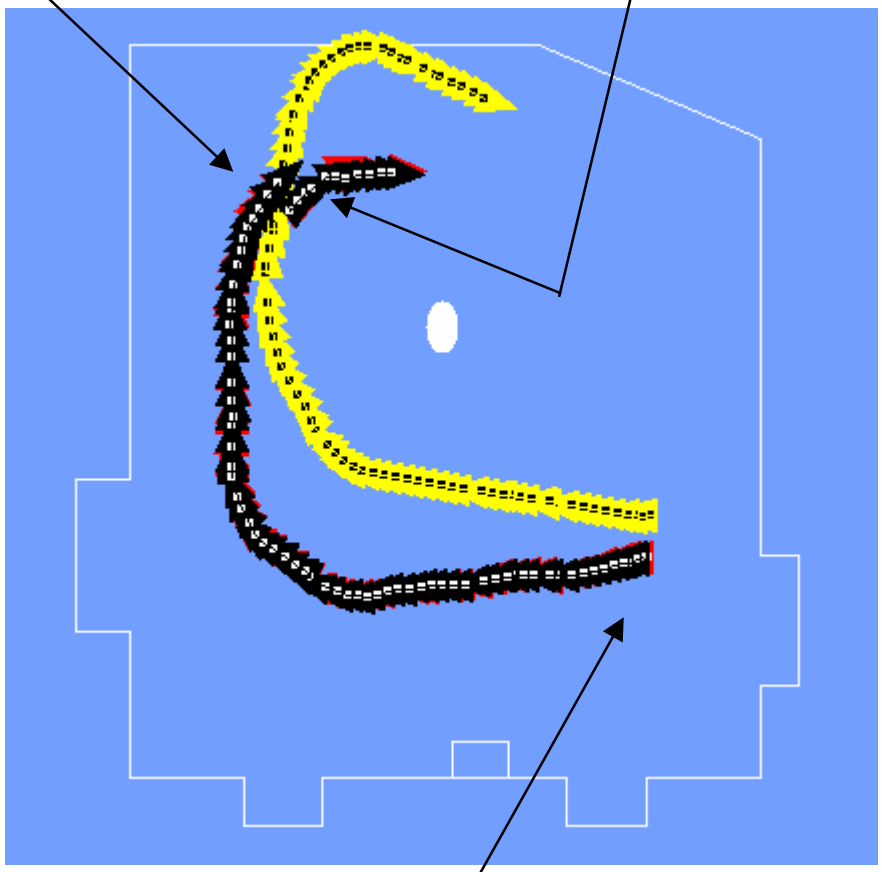
■ $\hat{Z}(7/6)$ ■ $Z(7)$ **Observações** dos sonares transladadas para a **localização prevista** ■ Emparelhamento válido

– – – – Direcções segundo as quais não é possível fazer predição

Experiência 2 - sonar

Bias de translacção

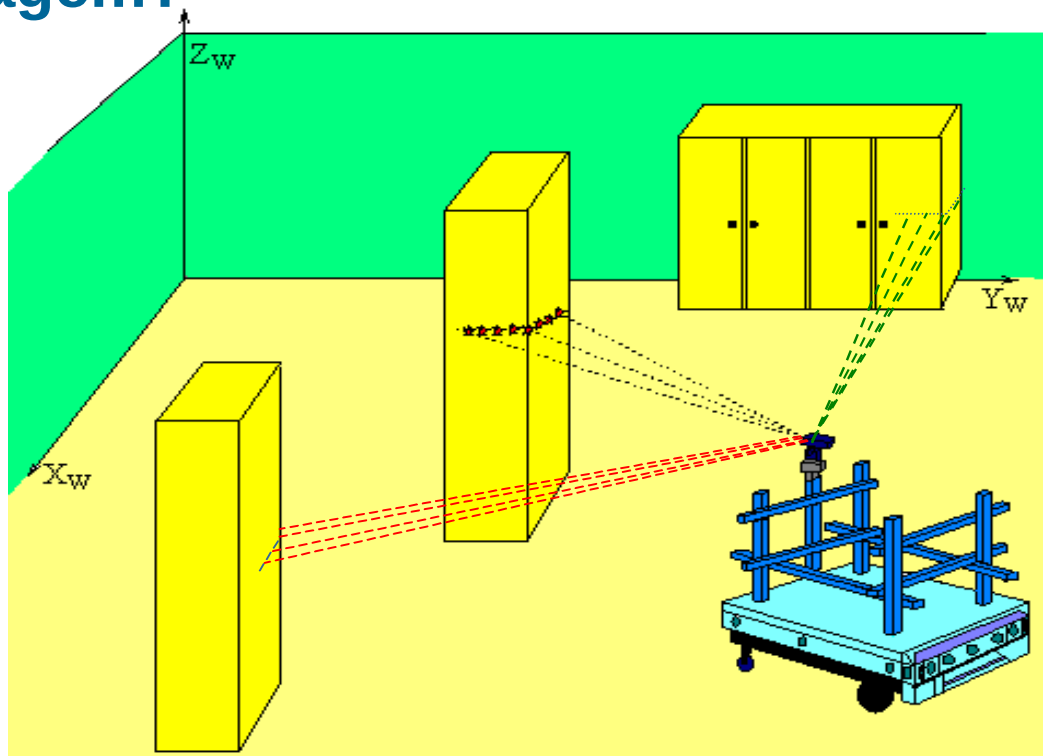
Bias de orientação



Bias de orientação e translacção

Escolha da landmark óptima - laser

- A partir de $\hat{x}(k+1/k)$ há m landmarks (segmento + ponto+segmento) visíveis
- O processo de aquisição de dados é lento.
- Qual delas escolher para prosseguir para o passo de filtragem?



Escolha da landmark óptima - laser

Previsão de m landmarks visíveis		Matriz covariância inovação		Ganho do filtro		Matriz covariância a posteriori
$\hat{z}_1(k+1/k)$	$\rightarrow$	$S_1(k+1/k)$	$\rightarrow$	$K_1(k+1)$	$\rightarrow$	$\Sigma_{1X}(k+1/k+1)$
$\hat{z}_2(k+1/k)$	$\rightarrow$	$S_2(k+1/k)$	$\rightarrow$	$K_2(k+1)$	$\rightarrow$	$\Sigma_{2X}(k+1/k+1)$
$\vdots$						
$\hat{z}_i(k+1/k)$	$\rightarrow$	$S_i(k+1/k)$	$\rightarrow$	$K_i(k+1)$	$\rightarrow$	$\Sigma_{iX}(k+1/k+1)$
$\vdots$						
$\hat{z}_m(k+1/k)$	$\rightarrow$	$S_m(k+1/k)$	$\rightarrow$	$K_m(k+1)$	$\rightarrow$	$\Sigma_{mX}(k+1/k+1)$

$\hat{X}(k+1/k)$

- Sem que sejam feitas observações
- **Qual a landmark óptima?**

Critério de escolha da landmark óptima

$$\min\left(\det \Sigma_{iX}(k+1/k+1) \right)$$

Produto dos valores próprios

Volume Paralelipipedo que engloba o elipsóide de erro

Computacionalmente pesado

$$\min\left(\mathrm{tr}\, \Sigma_{iX}(k+1/k+1) \right)$$

Soma dos valores próprios

É o critério implementado pelo filtro de Kalman

Não é computacionalmente pesado

$$\min\left(\lambda_{max}\ (\Sigma_{iX}(k+1/k+1) \right)$$

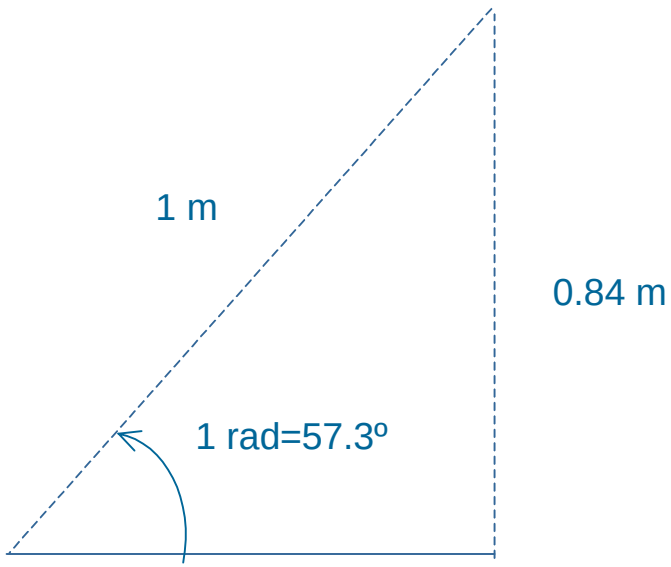
Maior valor próprio

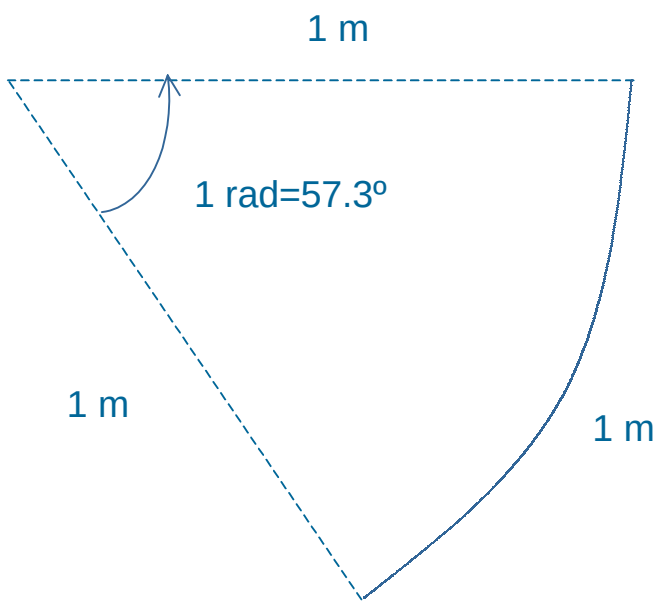
Representa a maior incerteza

Computacionalmente pesado

Critério de escolha da landmark óptima

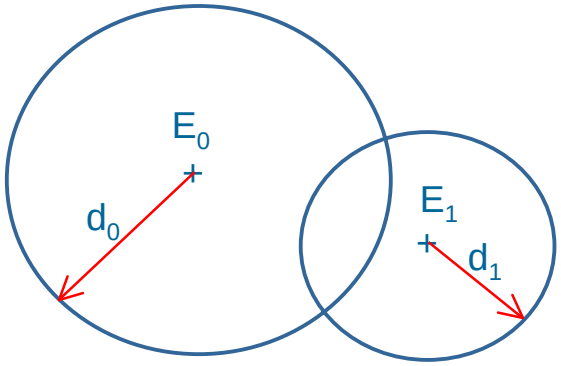
- **Dimensões diferentes (m e rad)**

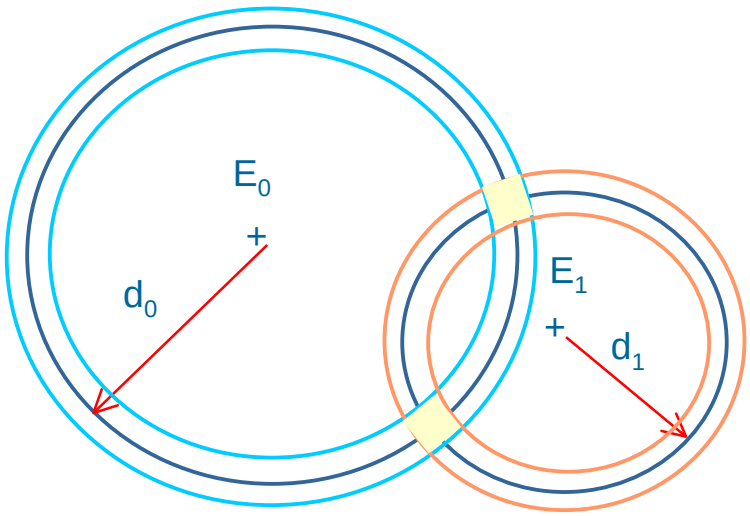


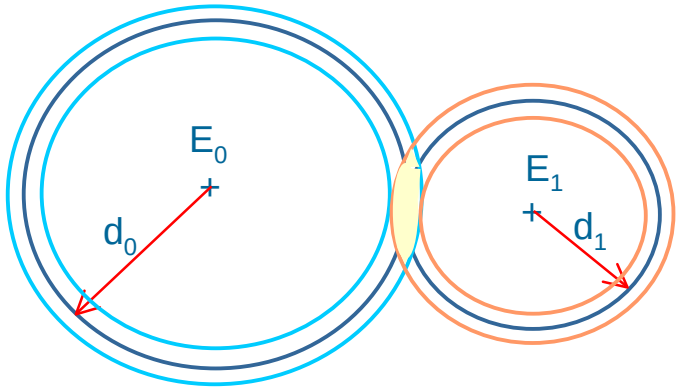


Critério de escolha da landmark óptima

- **Resultado da trilateração**

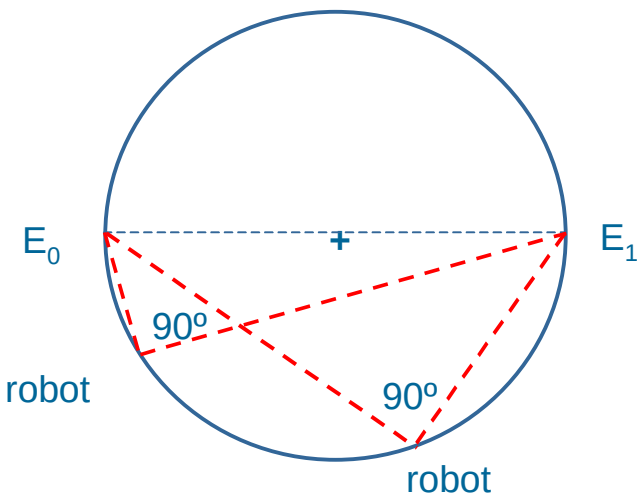




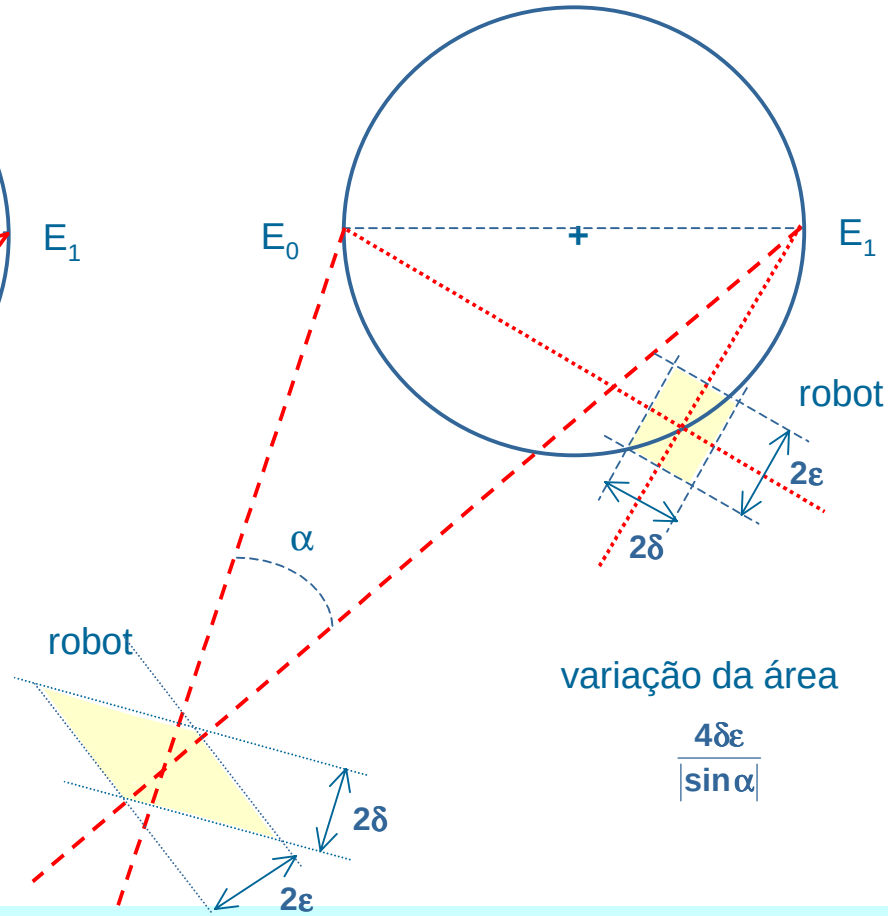


Critério de escolha da landmark óptima

- **Aproximação poligonal da área de erro**



Situação de erro mínimo



variação da área

$$\frac{4\delta\varepsilon}{|\sin\alpha|}$$

Experiência 1 - laser

Localização "real"

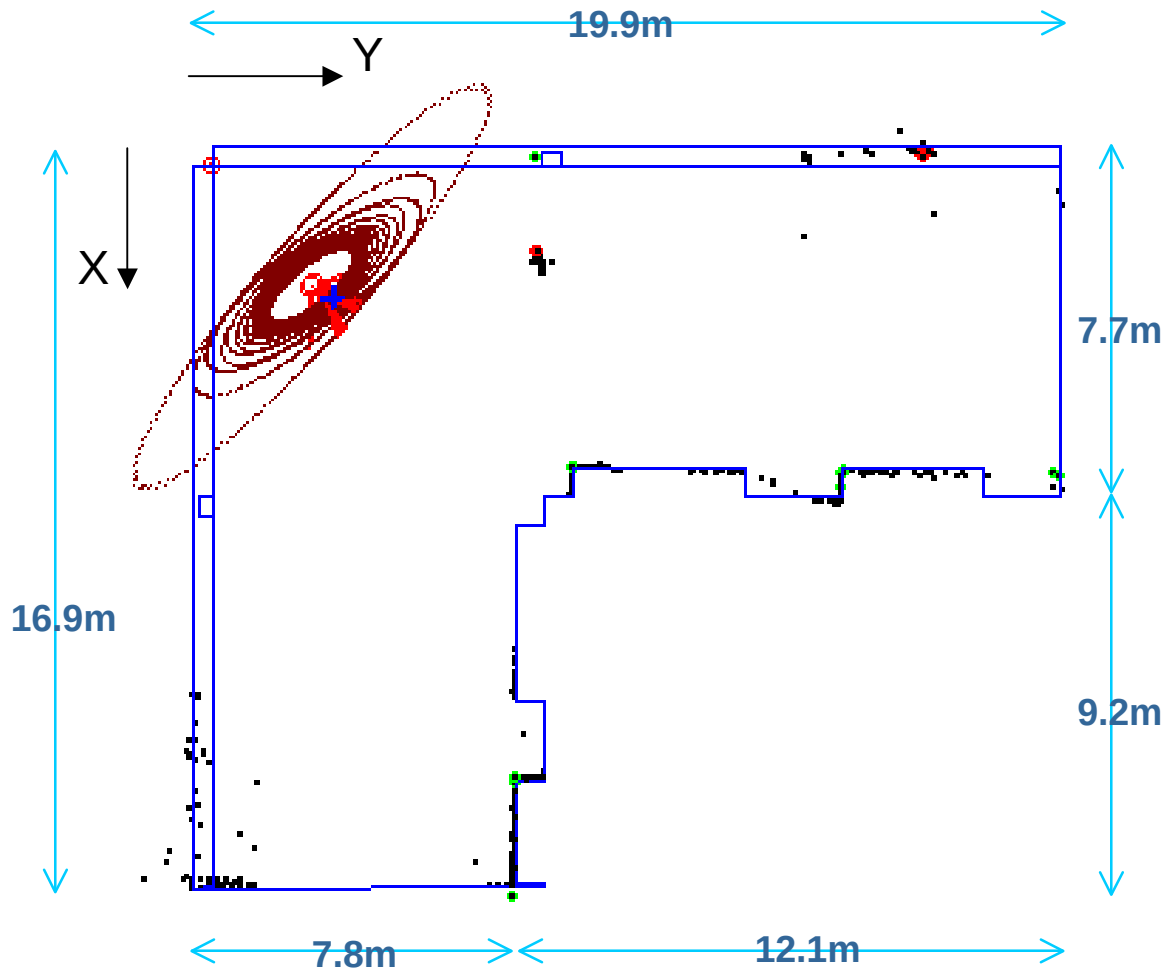
x = 2.780 m
y = 2.300 m
θ = 61º

Estimativa inicial

$\hat{x} = 2.866\text{m}, \quad \sigma_x = 7.94\text{cm}$

$\hat{y} = 2.288\text{m}, \quad \sigma_y = 7.03\text{cm}$

$\hat{\theta} = 61.5^{\circ}, \quad \sigma_\theta = 0.93^{\circ}$



elipse aumentada 20 vezes

Experiência 1 - laser

Localização "real"

x = 2.780 m
y = 2.300 m
θ = 61º

Estimativa inicial

$\hat{x} = 2.866\text{m}, \quad \sigma_x = 7.94\text{cm}$

$\hat{y} = 2.288\text{m}, \quad \sigma_y = 7.03\text{cm}$

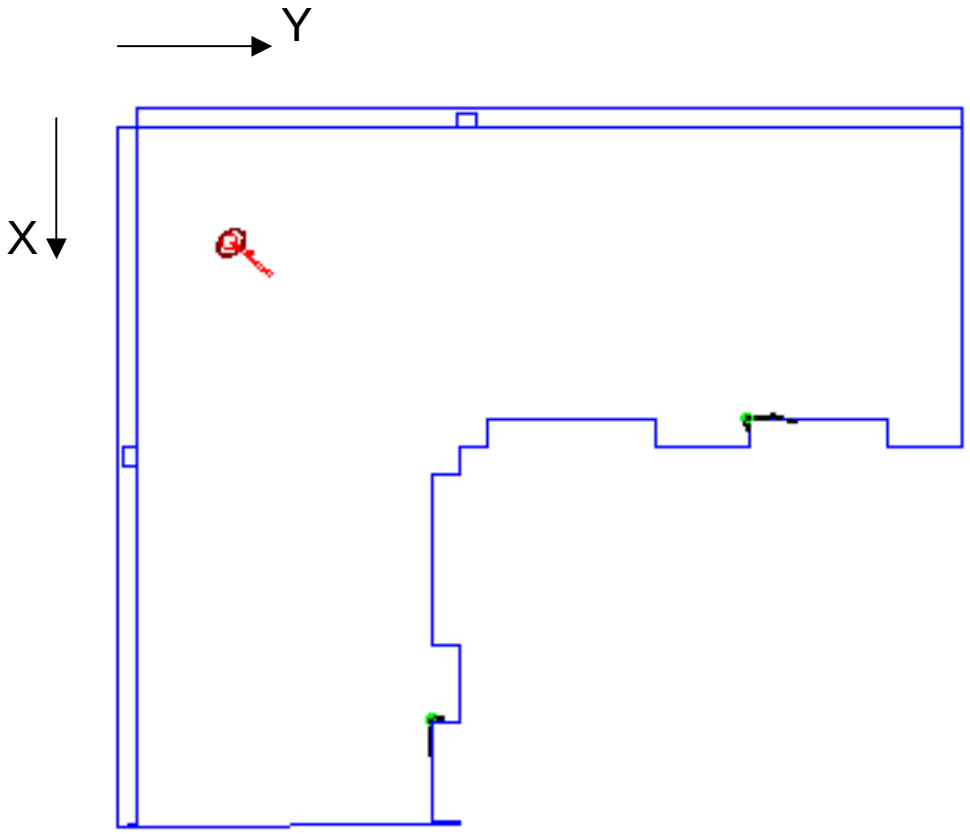
$\hat{\theta} = 61.5^o, \quad \sigma_\theta = 0.93^o$

Estimativa final

$\hat{x} = 2.775\text{m}, \quad \sigma_x = 1.4\text{cm}$

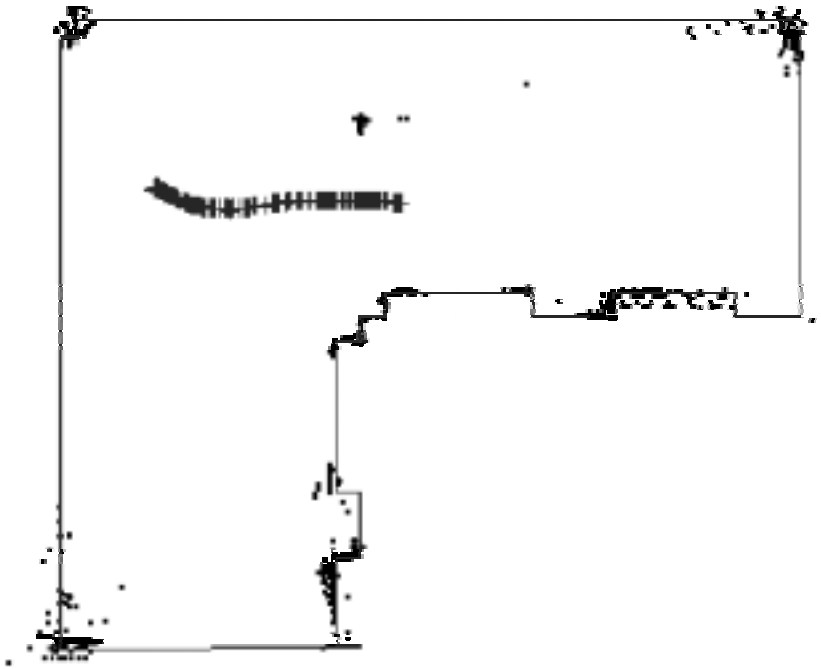
$\hat{y} = 2.290\text{m}, \quad \sigma_y = 1.7\text{cm}$

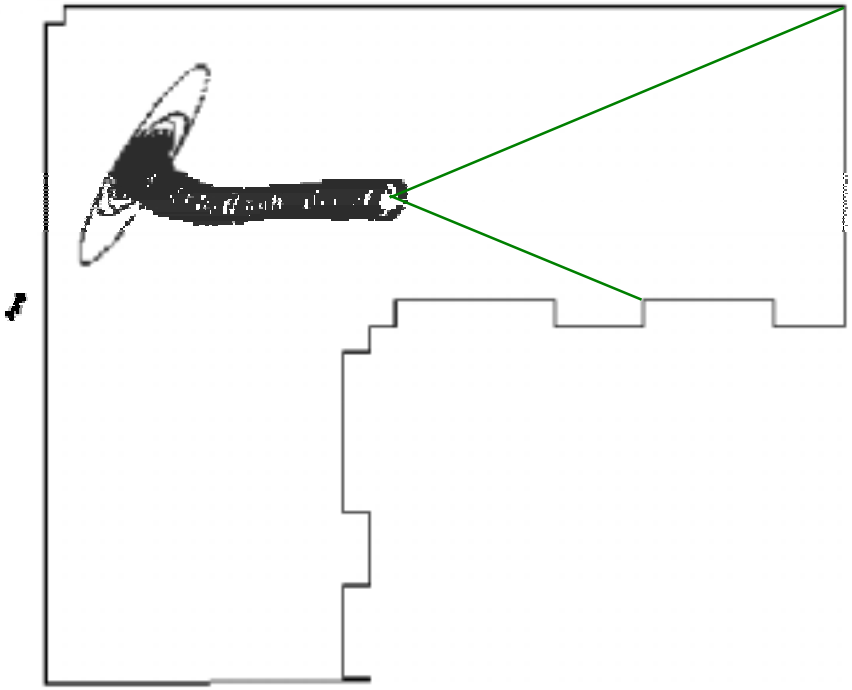
$\hat{\theta} = 61.2^o, \quad \sigma_\theta = 0.14^o$



elipse aumentada 20 vezes

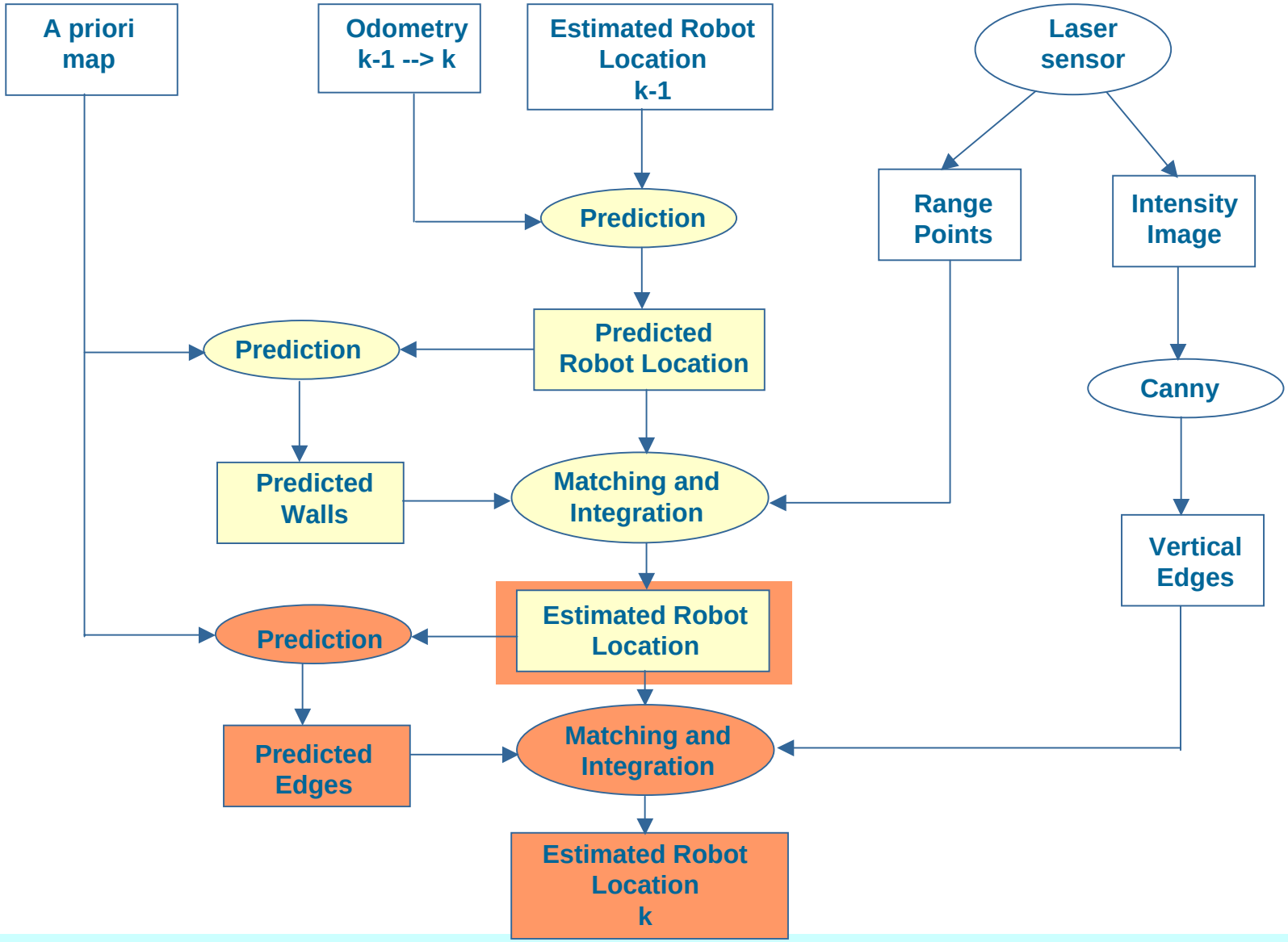
Experiência 2 - laser



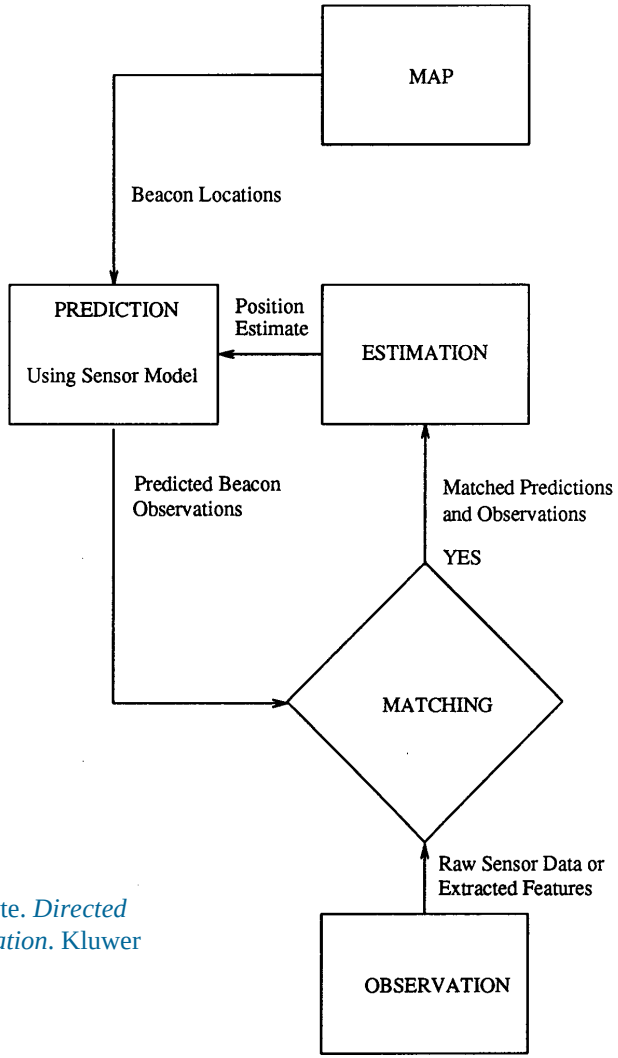


elipse aumentada 20 vezes

Dois sensores - O mesmo ciclo

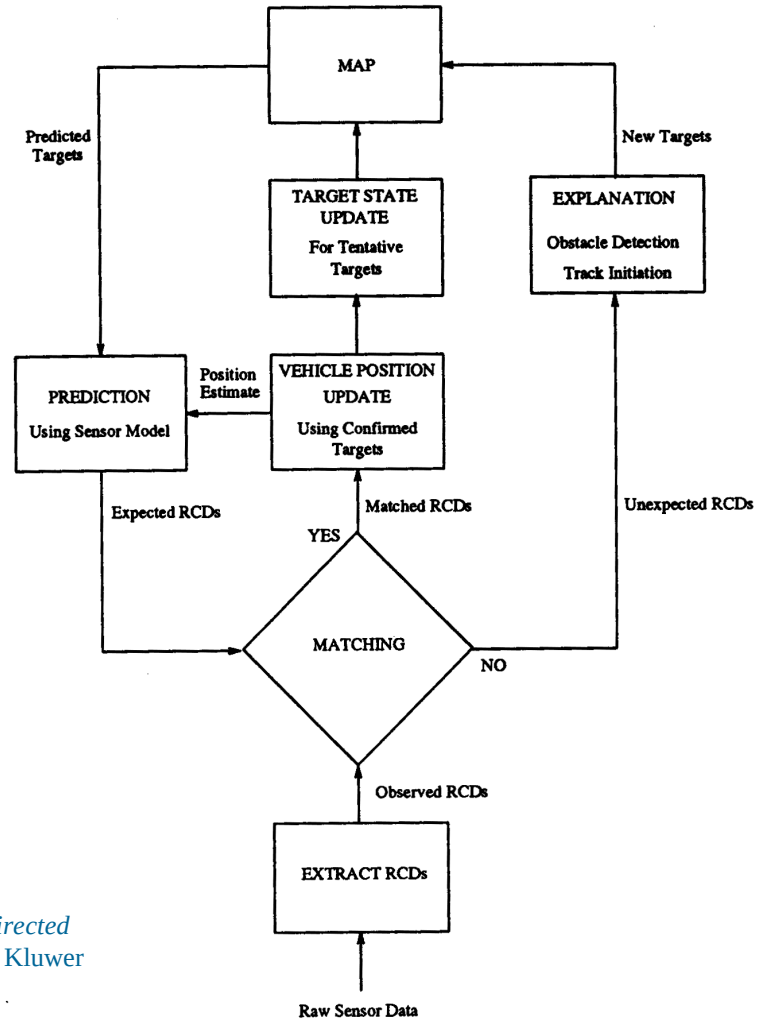


Ciclo de Localização



From
John J. Leonard, Hugh F. Durrant-Whyte. *Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.

Ciclo de Localização e Contrução de Mapa



From
John J. Leonard, Hugh F. Durrant-Whyte. *Directed Sonar Sensing for Mobile Robot Navigation*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.

Outras técnicas de localização

- **localização só com medidas relativas**
  - modelação e correcção dos erros sistemáticos na odometria
  - melhoramentos individuais na navegação inercial (**filtragem**)
  - uso conjunto de odometria e de navegação inercial (**filtragem** e escolha alternativa entre sensores - **Girodometria**)
  - histograma de ângulo
- **localização só com medidas absolutas**
  - faróis activos
  - reconhecimento de marcas
    - marcas naturais ou artificiais
  - emparelhamento com o modelo
- **localização com base em representações particulares do mapa**
  - componentes principais

Perspectivas para localização

- **Localização por objectivos**
  - função do problema a resolver
  - como suporte directo à navegação
  - função dos sensores
- **Localização suportada em diversas representações do mundo**
  - mapas geométricos
  - mapas topológicos
  - outro tipo de mapas
- **Construção/actualização de mapas e localização simultaneas**

Conclusões

O ciclo

PREDIÇÃO-EMPARELHAMENTO-FILTRAGEM

é uma metodologia geral aplicável

- **à localização de robots móveis**
  - usando, isoladamente, diversos tipos de sensores
  - integrando dados de sensores distintos
- **à construção de mapas de ambientes**
- **à localização e à construção simultanea de mapas de ambientes**