

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES  
CONTROLO

6<sup>a</sup> Série  
(diagrama de Bode, relação tempo-frequência)

- Esta série não será abordada nas aulas práticas porque consiste numa REVISÃO de conceitos do programa de Sinais e Sistemas.
- Os alunos são aconselhados a resolver, pelo menos, as questões assinaladas com \* e eventualmente apresentar as suas dúvidas nas sessões apropriadas.
- Para o seu estudo individual sugere-se ainda que os alunos procurem resolver mais problemas que podem ser encontrados nos livros apontados na bibliografia recomendada da cadeira.

1 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) Considere o SLIT causal cujo diagrama polos/ zeros se representa na Figura 1.

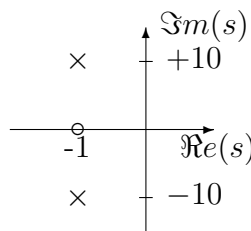


Figure 1:

- a) Sabendo que o valor final da resposta ao escalão unitário é unitário, determine a função de transferência.
- b) Desenhe os diagramas de Bode de amplitude e de fase, não se limitando aos assintóticos.
- c) Caracterize a resposta de frequência do sistema.

2 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) Considere o SLIT causal

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{(s^2 + 200s + 10100)(s+5)^2(s+1.05)}$$

- a) Determine  $K$  de modo a que o valor final da resposta ao escalão unitário seja igual a 10.
- \* b) Esboce o diagrama de Bode assintótico do sistema. Justifique a resposta.
- c) Utilizando o conceito de polo dominante, aproxime o sistema dado por outro de ordem inferior. Justifique as aproximações feitas.

d) Que diferenças espera obter entre as respostas no tempo dos dois sistemas (exacto e aproximado) ? Justifique a resposta.

\* 3 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) O diagrama de Bode assintótico de um SLIT causal e estável é o representado na Figura 2.

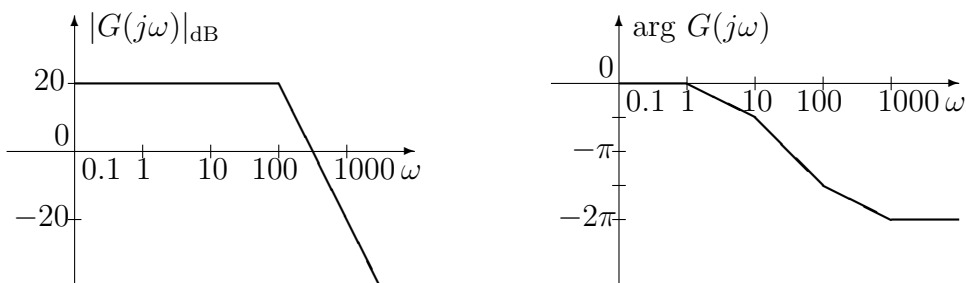
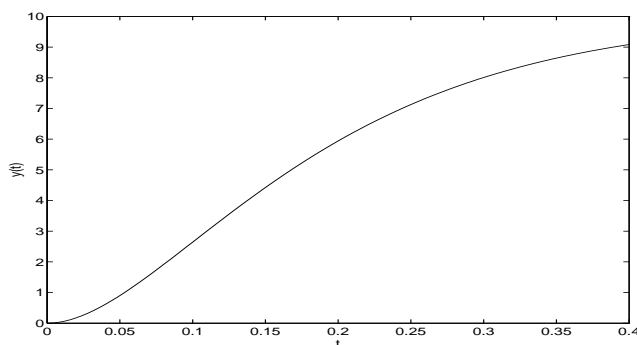
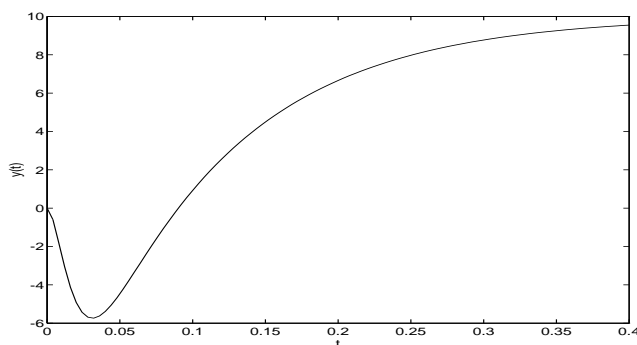


Figure 2:

a) Sabendo que o sistema não possui polos e/ou zeros complexos, determine a sua função de transferência e desenhe o mapa de polos/ zeros.



(b.1)



(b.2)

Figure 3:

b) Qual dos sinais da Figura 3 representa a resposta no tempo do sistema ao sinal de entrada escalão unitário? Justifique a resposta.

\* 4 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) A característica de amplitude assintótica da resposta de frequência de um SLIT causal, estável e de fase mínima, é a representada na Figura 4. Sabe-se ainda que o sistema tem, pelo menos, um par de polos complexos conjugados com coeficiente

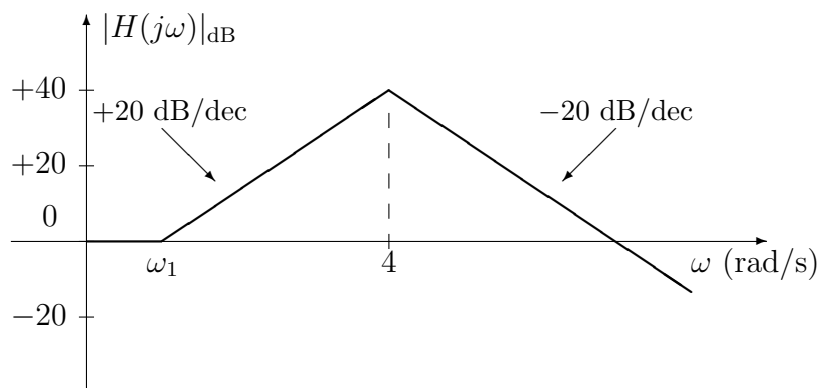


Figure 4:

de amortecimento  $\xi = 0.1$ .

- a) Determine a função de transferência do sistema.
- b) Esboce a característica de amplitude real do diagrama de Bode do sistema. Para responder a esta alínea, utilize o gráfico com a característica assintótica, determinando e indicando no diagrama apenas os pontos que lhe pareçam relevantes para esboçar de forma aproximada a característica de amplitude da resposta de frequência do sistema. Justifique a resposta.
- c) Desenhe a característica de fase assintótica do sistema. Justifique a resposta.

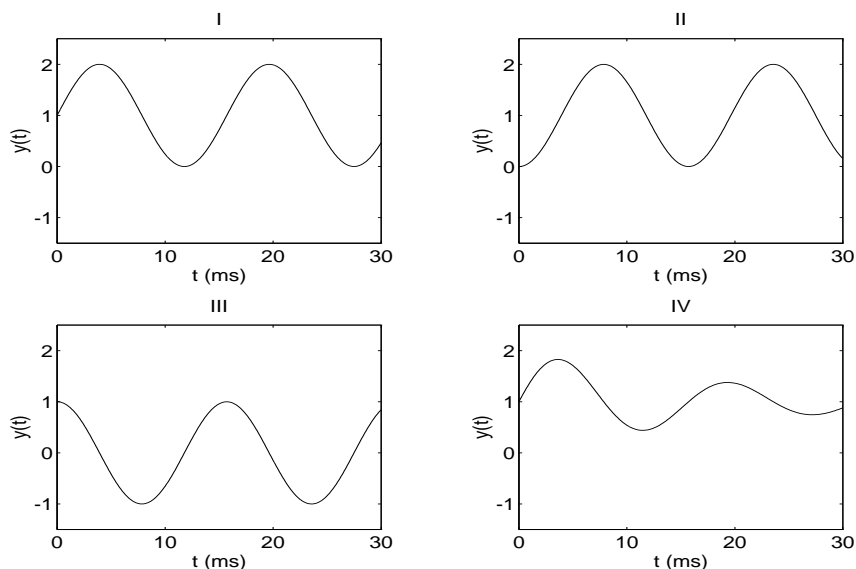


Figure 5:

- d) Qual dos sinais representados na Figura 5 representa a resposta em regime estacionário do sistema ao sinal de entrada

$$u(t) = [1 + \sin(400t)] u(t) ?$$

Justifique a resposta.

5 Um sistema causal e criticamente estável é representado pelo diagrama de blocos da Figura 6. Seja  $G(s)$  a função de transferência entre a saída  $Y(s)$  e a entrada  $X_1(s)$  (com  $X_2(s) \equiv 0$ ). Na Figura 8 está representado o diagrama de Bode assintótico de  $G(s)$  e esboçada a característica de amplitude real. Sabe-se que o sistema descrito pela função de transferência  $G(s)$  apresenta 5 polos e 3 zeros.

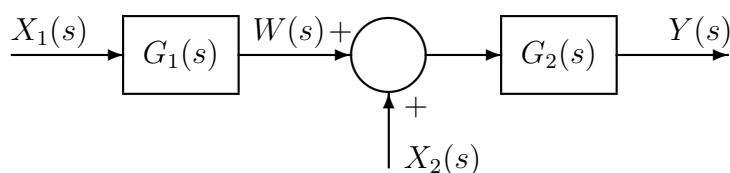


Figure 6:

Conhece-se ainda a resposta no tempo  $w(t)$  ao sinal de entrada  $x_1(t)$  escalão unitário, e a resposta no tempo  $y(t)$  aos sinais de entrada  $x_2(t)$  escalão unitário e  $x_1(t)$  nulo. Estas curvas encontram-se esboçadas na Figura 7. **Nota:** as Figuras 7 e 8 não estão traçadas à escala.

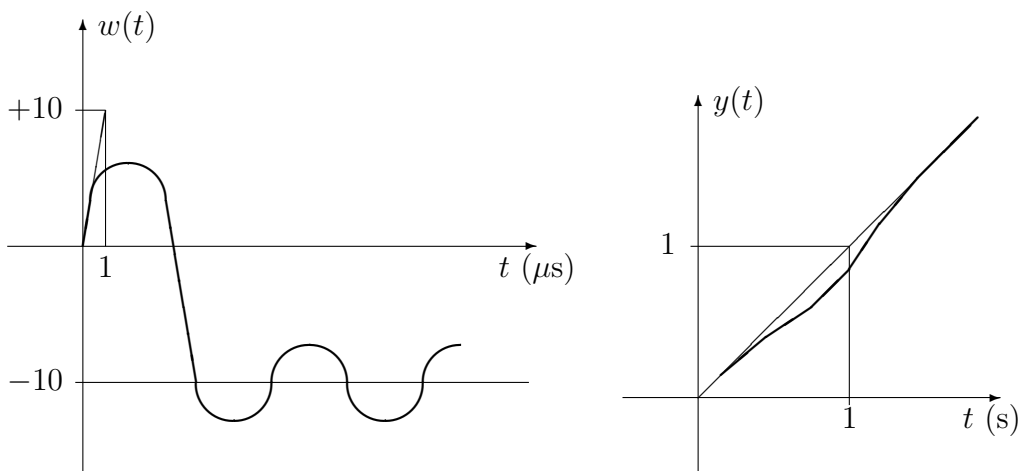


Figure 7:

- Represente o mapa polos/ zeros de  $G(s)$ . Justifique a resposta.
- Determine uma possível função de transferência  $G(s)$ .
- Indique a diferença polos-zeros para cada uma das funções de transferência  $G_1(s)$  e  $G_2(s)$ .
- Determine, justificando, uma possível solução para  $G_1(s)$  e  $G_2(s)$ .

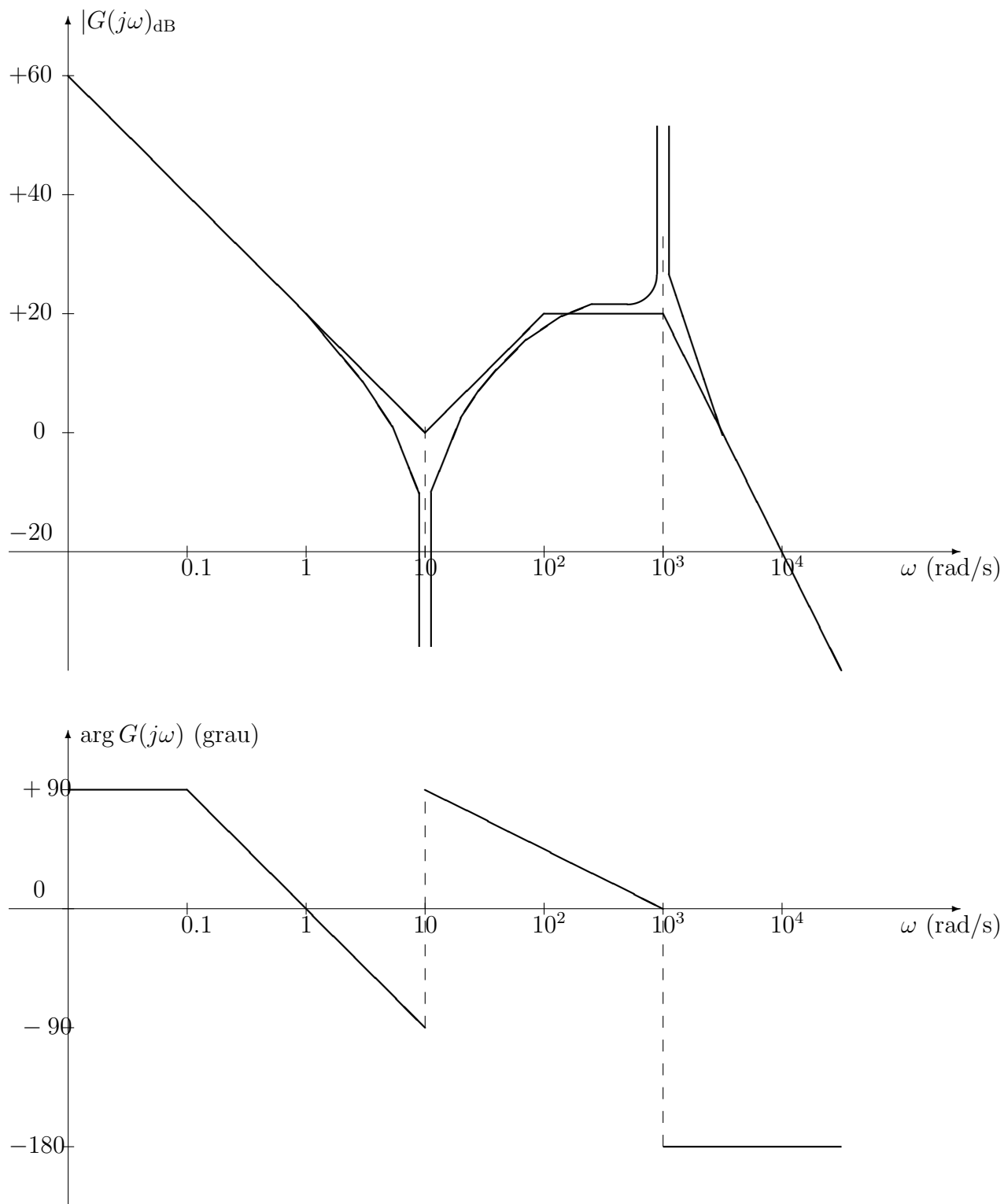


Figure 8:

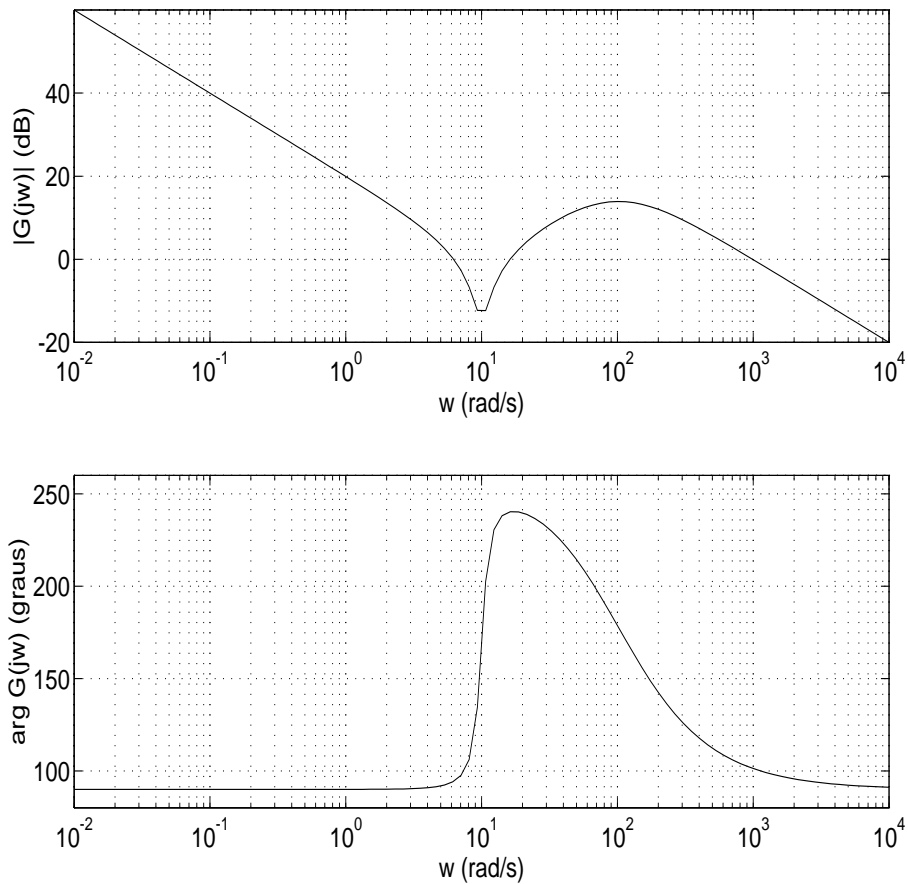


Figure 9:

6 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) A Figura 9 representa o diagrama de Bode de um SLIT causal.

- a) Determine a função de transferência do sistema. Justifique.
- b) Qual a resposta em regime estacionário do sistema ao sinal de entrada

$$u(t) = [\sin(0.1t) + 2 \sin(t)] u(t) ?$$

\* 7 (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) Um fabricante de equipamento pneumático contratou uma tipografia para editar os manuais com as características técnicas e a análise de comportamento dos sistemas que produz.

Numa primeira fase, o fabricante enviou para a tipografia a documentação relativa a três SLITs causais contínuos, onde se incluía a resposta no tempo à entrada escalão unitário de cada um desses sistemas. Na Figura 11 representam-se as respostas no tempo ao escalão unitário dos sistemas **A**, **B** e **C**.

Uns dias mais tarde, o fabricante resolveu complementar a informação sobre o comportamento dos três SLITs incluindo nos manuais as respectivas respostas de frequência (amplitude e fase). Para o efeito, enviou para a tipografia as respostas de frequência representadas na Figura 12, tendo-se esquecido de indicar a que sistema correspondiam.

a) Seleccione, na Figura 12, a resposta de frequência (**I**, **II** e **III**) para os sistemas **A**, **B** e **C**. Justifique a resposta.

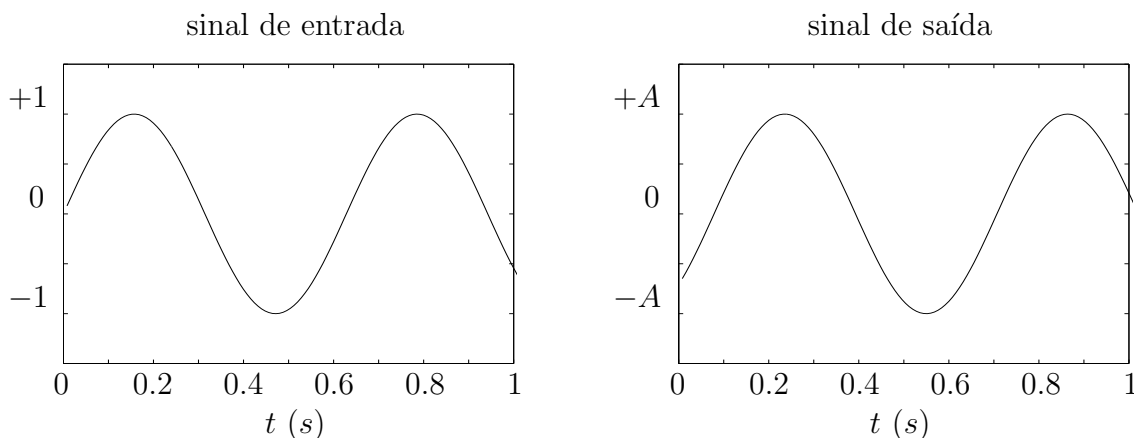


Figure 10:

b) Na Figura 10 representa-se o sinal de entrada

$$x(t) = \sin(10t) u(t)$$

e a correspondente resposta em regime estacionário de um dos sistemas dados. Qual a resposta de frequência, **I**, **II** ou **III**, que deu origem a este sinal de saída? Qual a amplitude  $A$  do sinal de saída? Justifique a resposta.

Resposta ao escalão

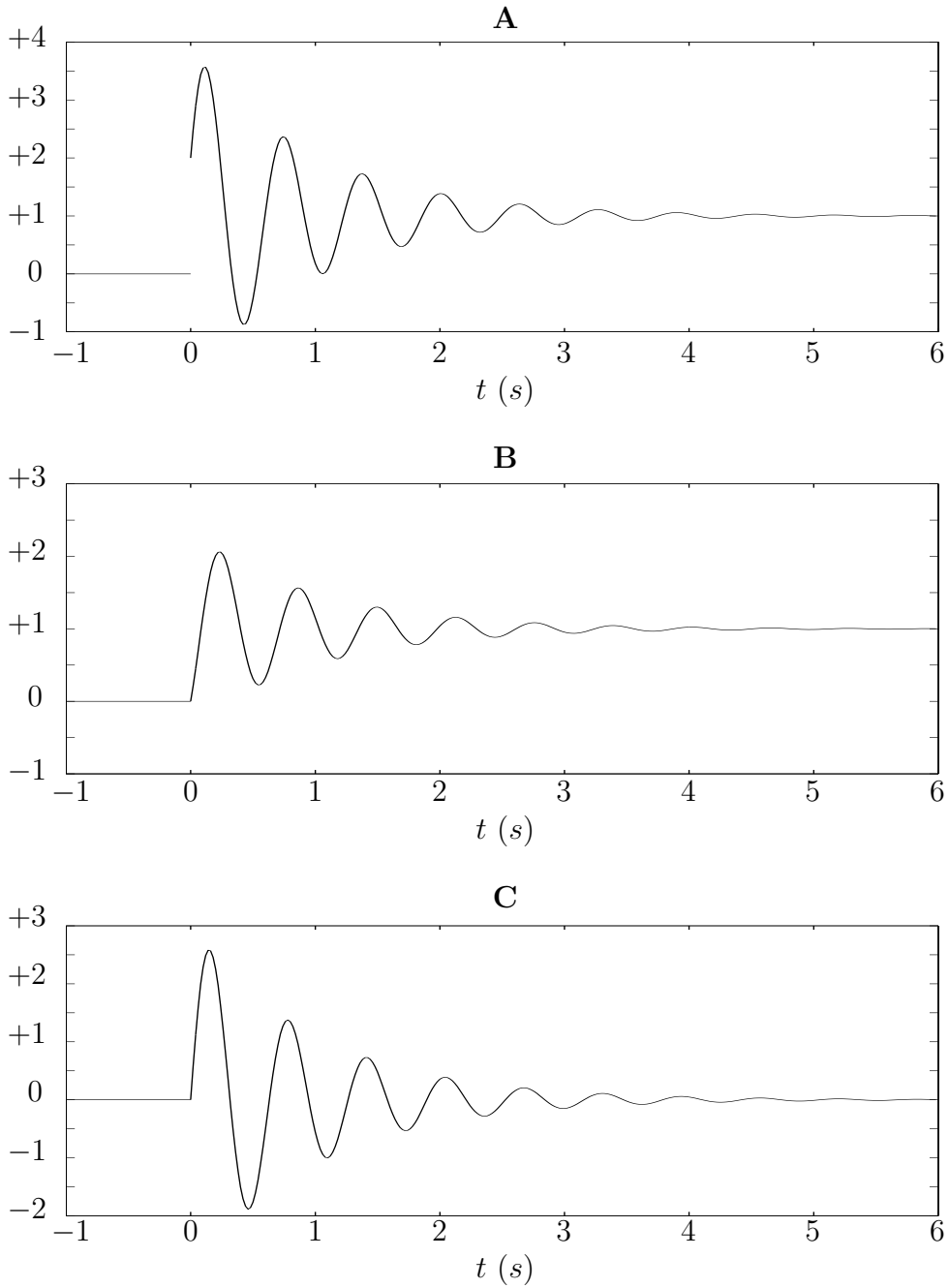


Figure 11:



Resposta de frequência

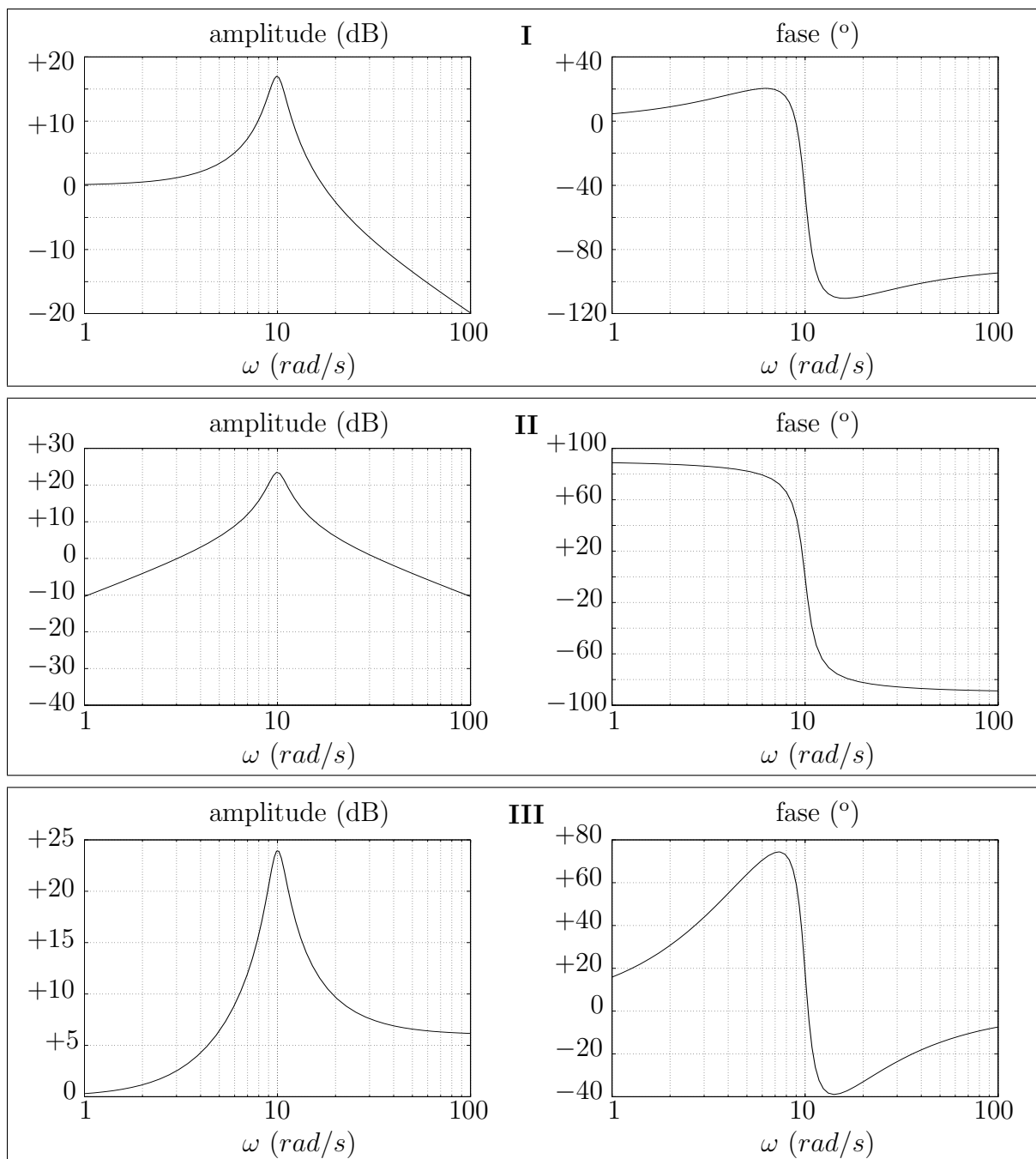


Figure 12:

8. (I. Lourtie, Sinais e Sistemas, Escolar Ed., 2002) A figura 13 representa o diagrama de Bode de um SLIT estável e causal.

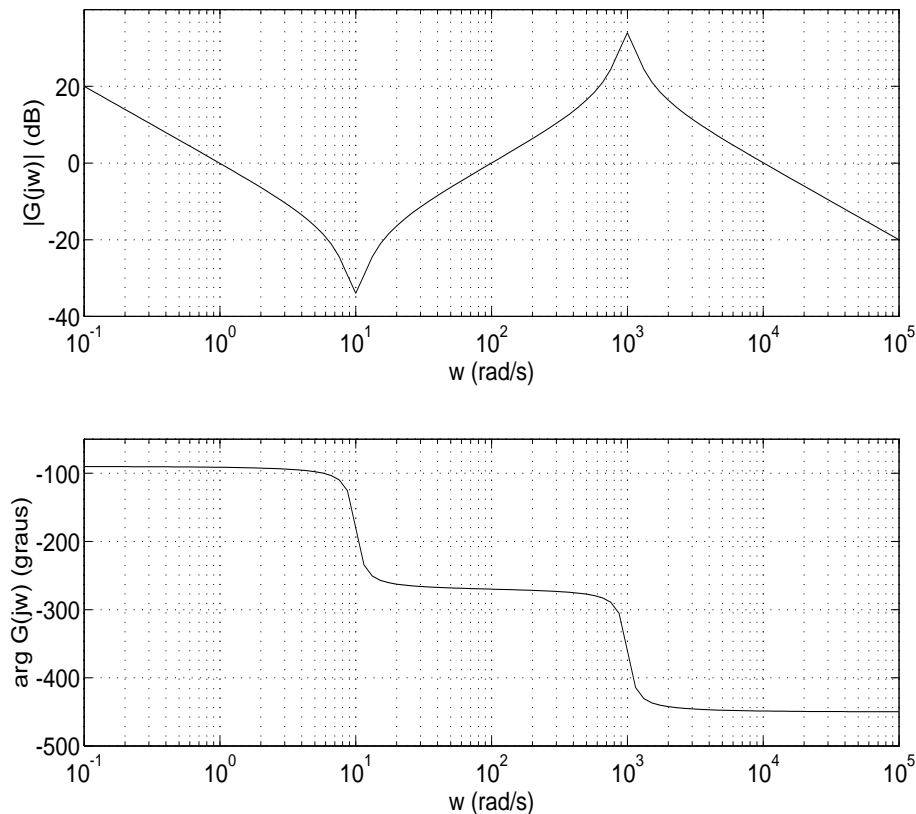


Figure 13:

- a) Determine a função de transferência do sistema.  
 b) Qual a resposta do sistema, em regime estacionário, ao sinal de entrada

$$u(t) = [\sin(t) + 10 \sin(10^4 t)] u(t) ?$$

### Soluções

- 1 - a)  $H(s) = 101 \cdot (s + 1) / (s^2 + 2s + 101)$ ; c) filtro passa-baixo.  
 2 - a)  $K = 2651250$  ; c)  $G(s) \approx 250 / (s + 5)^2$ .  
 3 - a)  $G(s) = (-10^5)(s - 10) / [(s + 10)(s + 100)^2]$  ; b) sinal (b.2).  
 4 - a)  $H(s) = 400 \cdot (s + 0,04) / (s^2 + 0,8s + 16)$  ; d) sinal II.  
 6 - a)  $G(s) = (-10^3)(s^2 + 2s + 100) / [s(s + 100)^2]$  ; b)  $y_{est}(t) = 20[5 \cdot \cos(0,1t) + \cos(t)]u(t)$ .  
 7 - a)  $A \leftrightarrow III$ ,  $B \leftrightarrow I$ ,  $C \leftrightarrow II$  ; b) resposta de frequência I,  $A = 7, 1$ .  
 8 -  $G(s) = (10^4)(s^2 - 2s + 100) / [s(s^2 + 200s + 10^6)]$ ; b)  $y_{est}(t) = [-\cos(t) - 10 \cdot \cos(10^4 t)]u(t)$ .