INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

CONTROLO – 2005/2006

2º Exame – 2.Fevereiro.2006

- Identifique com nome e número todas as folhas do exame
- Resolva problemas distintos em folhas separadas
- Justifique cuidadosamente todos os seus cálculos e respostas
- Exame com consulta de uma folha A4 e de tabelas de transformadas
- É permitida a utilização de máquina de calcular
- Duração: 3 horas
- Este Exame tem três problemas

Problema 1 (6 valores)

Considere o sistema realimentado da figura 1.

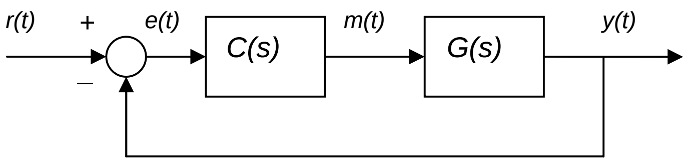


Figura 1: Sistema de controlo por retroacção da saída

Admita que o sistema a controlar, com um modo instável e um zero de fase não mínima, tem a seguinte função de transferência: $G(s) = \dfrac{s-1}{s-4}$

A função de transferência do controlador é: $C(s) = K\dfrac{s+a}{s+b}$

<u>Especificação desejada</u>: Pretende-se que o sistema em cadeia fechada exiba um polo duplo em s = -1.

a) Mostre que a equação característica do sistema em cadeia fechada é dada por:

$$(K+1)s^2 + (Ka + b - K - 4)s - (Ka + 4b) = 0$$

b) Pretende-se cumprir a especificação com um controlador estável e $K < 0$:

b.1) Considere b = 31. Determine os valores de a e K de forma a que seja cumprida a especificação desejada.

b.2) Para os valores de a e b da alínea anterior, indique, justificando, quais os valores de K que estabilizam o sistema em cadeia fechada (K < 0).

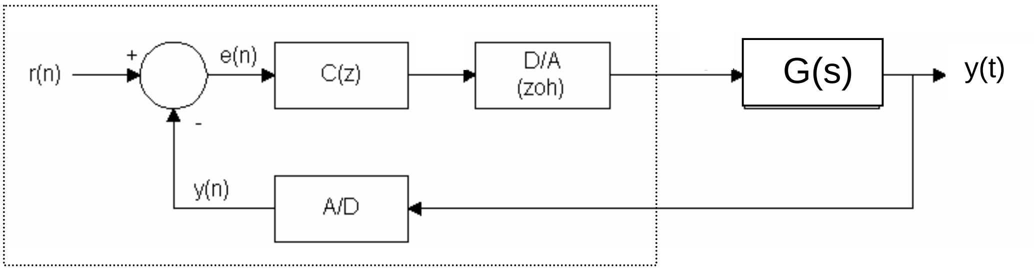
c) Pretende-se atingir a especificação com um controlador instável e K > 0:

c.1) Sabe-se que a especificação desejada é verificada para a = 11 e b = - 4. Represente o *root-locus* do sistema em cadeia fechada para K > 0, indicando os pontos de cruzamento com os eixos real e imaginário. Calcule também os valores de K para os quais o sistema é estável.

c.2) Recorrendo ao *root-locus*, mostre que não é possível encontrar quaisquer valores de a, b correspondentes a um controlador estável em cadeia aberta, que estabilizem o sistema em cadeia fechada para ganhos K positivos.

Problema 2 (6 valores)

Considere o sistema de controlo digital representado na Figura:



a) Mostre que o equivalente discreto do sistema contínuo $G(s)=\frac{1}{s-1}$ precedido do retentor de ordem zero (ZOH) é $G(z)=\frac{0,65}{z-1,65}$ para período de amostragem T = 0,5 seg. Apresente todos os passos da dedução.

O programa de computador introduz um atraso unitário pelo que o controlador digital é representado pela função de transferência: $C(z)=Kz^{-1}$

b) Trace o root-locus do sistema no plano-z em função de $K\in\left]-\infty,+\infty\right[$.

c) Determine os valores de *K* para os quais o sistema em malha fechada é estável.

d) Pretende-se que a resposta em tempo contínuo *y(t)* a um escalão unitário na referência não apresente sobreelevação e corresponda a polo duplo em $s=-1$. Escolheu-se a via do Projecto Directo para o dimensionamento do controlador *C(z)*.

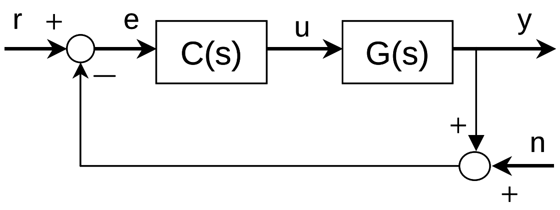
d.1) Mostre que não é possível satisfazer a especificação por dimensionamento do ganho *K* daquele controlador *C(z)* com período de amostragem T = 0,5 seg.

d.2) Determine o novo valor de T e o ganho K do controlador $C(z)=Kz^{-1}$ que permite satisfazer a especificação.

e) Se optasse pela via do Projecto por Emulação (que poderia conduzir a um controlador com estrutura diferente) indique, justificando, um valor conveniente para o período de amostragem T.

Problema 3 (8 valores)

Considere o sistema da figura seguinte



em que

$$G(s) = \frac{\left(1 - \frac{s}{10}\right)}{s\,(1+s)}$$

a) Esboce o diagrama de Bode assimptótico (amplitude e fase) de G(s).

b) Considerando que $C(s) = \overline{K}$ (i.e., que se usa um compensador proporcional), use o critério de Nyquist, para analisar e discutir a estabilidade do sistema em cadeia fechada em função de $\overline{K} > 0$. Qual é a margem de ganho para $\overline{K} = 1$?

   Pretende-se que faça esta análise e o cálculo da margem de ganho usando exclusivamente o diagrama de Bode **assimptótico** desenhado na alínea anterior.

c) Pretende-se agora dimensionar o compensador $C(s) = \overline{K}\,\tilde{C}(s)$ com $\tilde{C}(0) = 1$ que satisfaça as seguintes especificações
   i) Rejeição do ruído n(t) na saída y(t) superior a 20dB (ganho inferior a –20dB) na banda de frequências de $\omega \geq 100\ rad\ s^{-1}$.
   ii) Seguimento de sinais de referência r(t) na gama de frequências [0, 0.1]rads^{-1} com erro menor ou igual a –40dB.
   iii) Sistema em cadeia fechada estável.

   c-1) No diagrama de Bode assimptótico da alínea a) esboce as zonas de exclusão correspondentes às especificações i) e ii).

   c-2) Assumindo que $\tilde{C}(s) = 1$, determine o intervalo de valores de $\overline{K}$ que não violam as barreiras correspondentes às especificações i) e ii) e comente sobre a estabilidade do sistema em cadeia fechada para os valores de $\overline{K}$ do intervalo. Usando exclusivamente o diagrama de Bode **assimptótico** determine o valor da margem de fase para os valores extremos do intervalo calculado.

d) Considere agora que $C(s) = \overline{K}\,\tilde{C}(s)$. Sendo $\tilde{C}(s)$ um compensador de avanço de fase, com ganho estático unitário, pretende-se agora dimensionar $\overline{K}$ e $\tilde{C}(s)$ por forma a cumprir as três especificações e obter a maior margem de fase possível. Tomando como base o diagrama de Bode **assimptótico**, dimensione o compensador justificando cuidadosamente a sua resposta.

e) Conseguiria obter uma margem de fase positiva se $\tilde{C}(s)$ fosse um compensador de atraso ? Discuta e justifique a sua resposta, indicando uma possível função de transferência de um compensador de atraso.