

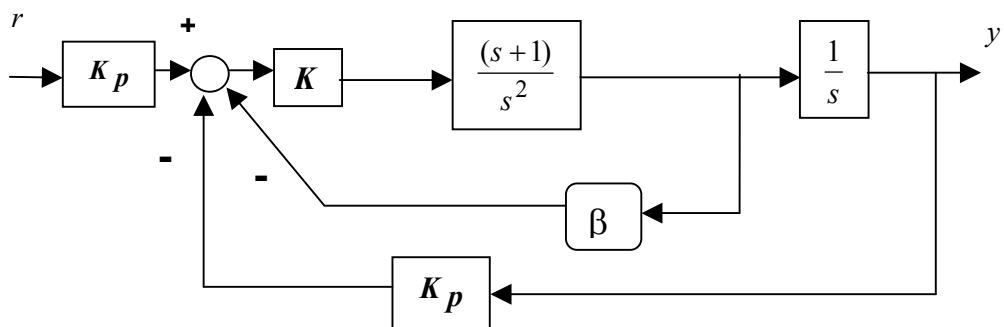


- **Identifique com nome e número** todas as folhas do exame
- **Resolva problemas distintos em folhas separadas**
- **Justifique** os seus cálculos e respostas
- Exame com consulta de uma folha A4
- É permitida a utilização de calculadoras
- Duração: 3 horas

Este Exame tem 3 Problemas

**Problema 1** [cotação = 40/100]

Considere o sistema representado pelo diagrama de blocos da figura que representa um sistema de controlo de posição:



Faça:  $K_p = 2$

- a) Para  $\beta = 2$  analise a estabilidade do sistema em malha fechada em função de  $-\infty < K < +\infty$  utilizando o critério de Routh-Hurwitz.
- b) Para  $\beta = 2$  trace o *root-locus* em função de  $K > 0$ , determinando todos os pontos e ângulos relevantes. Calcule os pontos notáveis do *root-locus*, em particular, se existirem, os troços do eixo real, os pontos de saída e entrada no eixo real, os pontos de intersecção com o eixo imaginário e o ganho correspondente.
- c) Para um determinado valor de K finito e não nulo a resposta ao escalão unitário é:

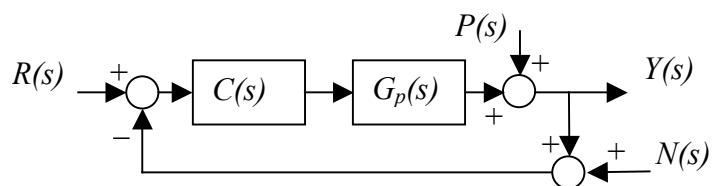
$$y(t) = \left[ A + B e^{-t/\tau_1} + C t e^{-t/\tau_2} + D e^{-t/\tau_3} \right] u(t).$$

Determine, justificando:  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , A.

- d) Suponha que por acidente se trocava a polaridade do taquímetro ( $\beta = -2$ ). Quais as consequências na estabilidade do sistema em malha fechada para  $K > 0$ ? Justifique a sua resposta com o esboço do correspondente *root-locus*. Determine e represente neste esboço apenas as características do diagrama necessárias para a análise de estabilidade pedida.

**Problema 2** [cotação = 35/100]

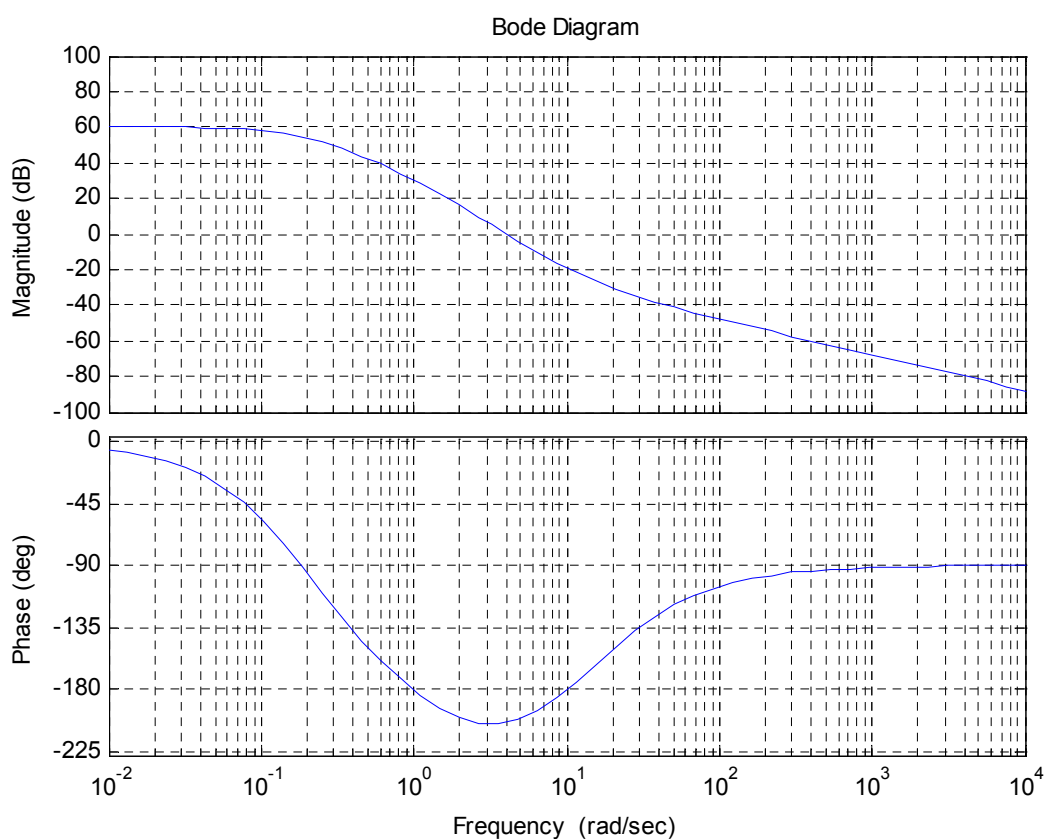
Considere o sistema da figura:



Apresenta-se na figura seguinte o diagrama de Bode de  $G_p(j\omega)$ .

As frequências de corte situam-se na gama representada e o sistema com função de transferência  $G_p(s)$  é de **fase mínima**.

*Nota:* Pretende-se que resolva este problema sem determinar  $G_p(s)$ .



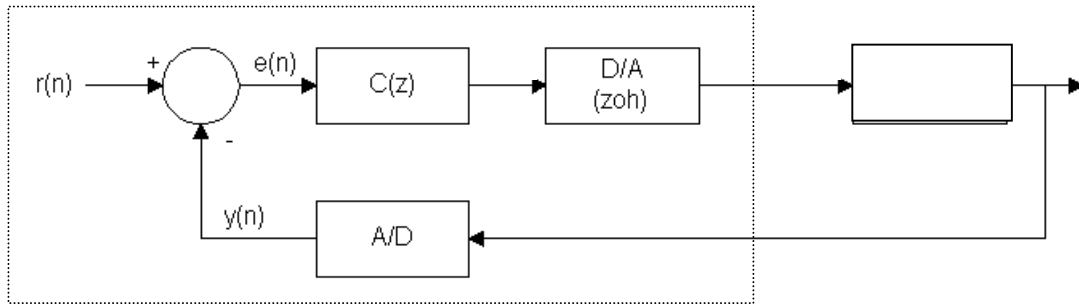
- Obtenha, a partir do diagrama de Bode, estimativas dos ganhos  $|G_p(j\omega)|$  correspondentes a  $\arg G_p(j\omega) = \pm 180^\circ$  e  $\arg G_p(j\omega) = 0^\circ$ .
- Esboce o diagrama de Nyquist de  $C(s)G_p(s)$  para  $C(s)=1$ , assinalando os pontos determinados em a). Indique o contorno de Nyquist. Determine a estabilidade do sistema em malha fechada.

- c) Utilizando um controlador proporcional  $C(s)=K$ , pretende-se cumprir as seguintes especificações:
- i) Sistema estável em malha fechada
  - ii) Seguimento de sinais de referência  $r$  na gama de frequências  $[0, 0.1] \text{ rads}^{-1}$  com erro menor ou igual a  $-60\text{dB}$ .
  - iii) Margem de fase maior ou igual a  $45^\circ$ .
- Estabeleça a condição que deve satisfazer o "ganho de malha" para cumprir a especificação ii).
  - Indique a(s) gama(s) de valores  $K>0$  que permitem cumprir a especificação i).
  - Indique um valor de  $K$  que permite cumprir todas as especificações ( $K$  em unidades lineares).
- d) Considerando o controlador obtido em c) determine o valor mínimo da atenuação de perturbações  $p$  na banda  $[0, 0.1] \text{ rads}^{-1}$  e o valor mínimo da atenuação de ruído  $n$  na banda  $[10^2, 10^4] \text{ rads}^{-1}$ . Indique os valores em dB.
- e) Suponha que existe um atraso  $\tau>0$  na transmissão de informação entre o controlador  $C(s)$  e o sistema a controlar  $G_p(s)$ . Para o sistema determinado em c) calcule o atraso máximo tolerado a partir do qual o sistema se torna instável.

Nota: no caso de não ter resolvido a alínea c), considere  $K=200$  para as alíneas d) e e).

**Problema 3** [cotação = 25/100]

Considere o sistema de controlo digital representado na figura seguinte:



$$G(s) = \frac{1}{s}$$

- a) Mostre que a função de transferência  $G(z)$  do equivalente discreto do sistema contínuo  $G(s)$  precedido do retentor de ordem zero (ZOH) é  $G(z) = \frac{T}{z-1}$  sendo  $T$  o período de amostragem.

Pretende-se que a resposta  $y(t)$  a um escalão unitário na referência  $r$  satisfaça as seguintes **especificações**:

Tempo de estabelecimento:	$t_s (5\%) = 3 \text{ seg}$
Tempo de pico:	$t_p = 1,5 \text{ seg.}$

O valor da frequência de amostragem realizável nesta malha de controlo está limitado superiormente:  $f_s \leq 2 \text{ Hz}$ .

- b) Utilizando a via do *Projecto Directo* dimensione os parâmetros de um controlador  $C(z) = \frac{K}{(z-a)}$  por forma a satisfazer aquelas especificações. Faça  $T = 0,5 \text{ seg}$ .
- c) Mantendo constantes os parâmetros do controlador calculados na alínea anterior, suponha que o intervalo de amostragem  $T$  aumentava. Quais as modificações qualitativas no tempo de estabelecimento e no tempo de pico da resposta ao escalão? E a estabilidade? Justifique cuidadosamente (pode ser útil apoiar-se no *root-locus*).
- d) Justifique a seguinte afirmação: "A via do *Projecto por Emulação* não seria neste caso a mais adequada para o projecto do controlador digital  $C(z)$ ".

TABELA:

$$a^n u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - az^{-1}}$$

$$n a^n u[n] \leftrightarrow \frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$x[0] = \lim_{z \rightarrow +\infty} X(z)$$

$$x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})X(z)$$