



- Identifique com nome e número todas as folhas do exame
- **Resolva problemas distintos em folhas separadas**
- Justifique cuidadosamente os seus cálculos e respostas
- **Exame com consulta de uma folha A4 e de tabelas de transformadas**
- É permitida a utilização de máquinas de calcular
- Duração: 3 horas

**Problema 1** (cotação = 35/100)

Considere o sistema representado na Figura 1, com função de transferência

$$G_1(s) = Y(s)/X(s)$$

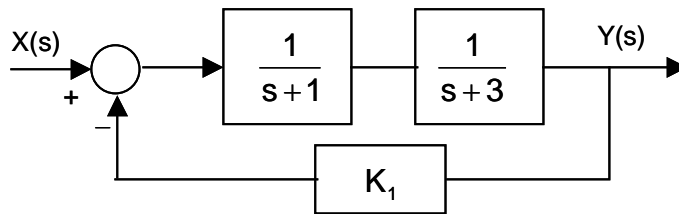


Figura 1

1. Use a técnica de root-locus para desenhar o lugar geométrico dos pólos do sistema em cadeia fechada como função do parâmetro  $K_1$ , considerado positivo. Calcule e indique os pontos notáveis.
2. Determine o valor do parâmetro  $K_1$  por forma a que o sistema responda a uma entrada escalão de amplitude unitária com uma sobrelevação de 4.32%. Justifique cuidadosamente a sua resposta. Qual é o tempo de estabelecimento a 5%?

O sistema anterior é agora sujeito a controlo em cadeia fechada com retroacção unitária, e com um controlador  $G_c(s)$  tal como representado na Figura 2. O parâmetro  $K_1$  é o dimensionado na alínea 2.

**Nota:** Se não resolveu a alínea 2, considere, a partir deste ponto, que  $K_1=10$ .

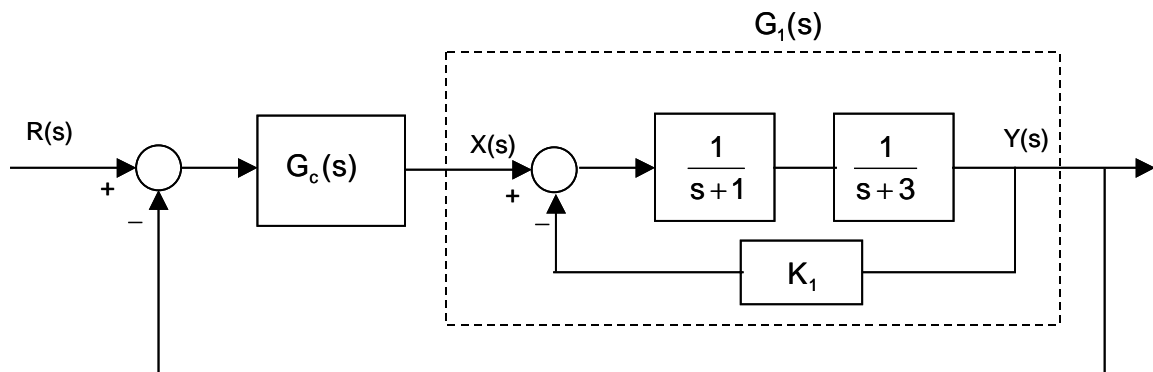


Figura 2

3. Para um Controlador Integral da forma  $G_c(s) = \frac{K}{s}$ , calcule o valor do erro em regime estacionário para entradas escalão unitário ( $r(t)=u(t)$ ), rampa unitária ( $r(t)=tu(t)$ ) e parábola ( $r(t)=t^2u(t)$ ). Justifique a sua resposta.
4. Para o controlador integral referido na alínea anterior, esboce o root-locus do sistema como função de  $K$ , para  $K$  positivo. Calcule os pontos notáveis do root-locus, em

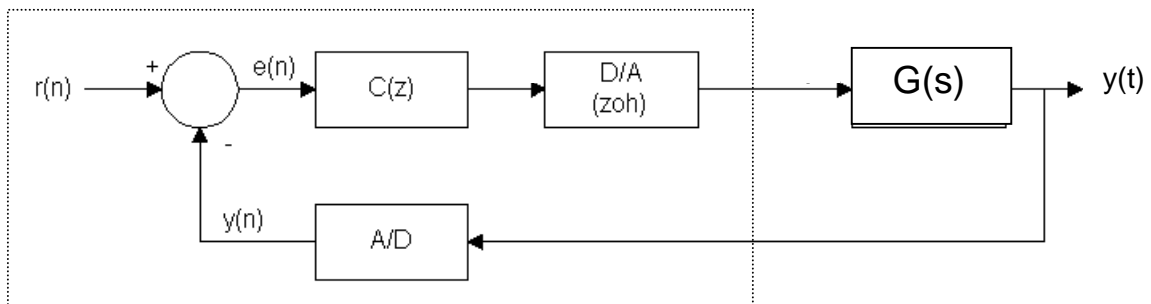
particular, se existirem, os troços do eixo real, os pontos de saída e entrada no eixo real, os ângulos de saída de pólos ou de chegada a zeros, os pontos de intersecção com o eixo imaginário e o ganho correspondente.

Classifique o sistema do ponto de vista de estabilidade como função do ganho K.

- Qual é o controlador  $G_c(s)$ , com a estrutura mais simples, que garante erro estático de posição nulo e estabilidade para qualquer valor de K positivo. Dimensione um controlador com essa estrutura usando como base para o projecto o root-locus esboçado na alínea anterior.

**Problema 2** (cotação 25/100)

Considere o sistema de controlo digital representado na figura seguinte:



Intervalo de amostragem  $T = 0,5$  seg.

- Determine a função de transferência  $G(z)$  do equivalente discreto do sistema contínuo com função de transferência  $G(s) = \frac{1}{s-1}$  precedido do retentor de ordem zero (ZOH).
- Para  $C(z) = K$ ,
  - Analise a estabilidade do sistema em malha fechada em tempo discreto em função de  $-\infty < K < +\infty$ , e esboce o correspondente *root-locus*.
  - Pretende-se que a resposta em tempo contínuo  $y(t)$  ao escalão, em malha fechada, seja caracterizada por uma constante de tempo  $\tau = 5$  seg. Determine o valor do ganho K do controlador digital.

**Nota:** Se não resolveu a alínea a), considere  $G(z) = \frac{1}{z-2}$

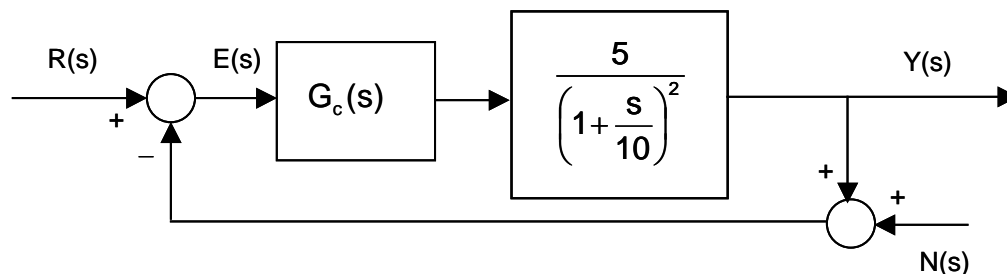
TABELA:

$a^n u[n] \leftrightarrow \frac{1}{1 - az^{-1}}$
$n a^n u[n] \leftrightarrow \frac{az^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$
$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$
$x[0] = \lim_{z \rightarrow +\infty} X(z)$

$$x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})X(z)$$

**Problema 3** (cotação 40/100)

Considere o sistema de controlo da figura seguinte onde  $G_c(s)$  é o controlador, e  $r$ ,  $n$  e  $y$  representam respectivamente a entrada de referência, o ruído no sensor e a saída do sistema.



- 1 Determine um controlador  $G_c(s)$  tal que o sistema em malha fechada cumpra simultaneamente as seguintes especificações:
  - a) O sistema em malha fechada é estável.
  - b) Erro em regime permanente nulo para uma entrada  $r$  escalão unitário.
  - c) Erro em regime permanente igual ou inferior a 0.1 para uma entrada  $r$  rampa unitária.
  - d) Seguimento de sinais de referência  $r(\cdot)$  na gama de frequências  $[0, 0.1]$   $\text{rad s}^{-1}$  com erro menor ou igual a -40 db.
  - e) O ruído  $n$  no sensor na gama de frequências superior a  $100 \text{ rad.s}^{-1}$  é atenuado pelo menos de 65dB (ganho de -65dB).
  - f) Margem de fase superior a  $45^\circ$ .

Justifique **detalhadamente** as condições a impor ao “ganho de malha” e a escolha do controlador. Trace as aproximações assintóticas do diagrama de Bode (amplitude e fase) correspondente a  $G_c(s)G(s)$ .

**Nota:** por simplicidade, baseie o projecto nas aproximações assintóticas.

- 2 O projecto anterior foi baseado na aproximação assintótica dos diagramas de Bode envolvidos. Discuta se esse facto, ou outras aproximações que tenha feito, podem eventualmente conduzir a que a especificação na margem de fase não seja satisfeita no dimensionamento que fez.
 

**Nota:** não se pretende que faça nenhuns cálculos para responder a esta alínea.
- 3 Esboce o diagrama de Nyquist do sistema e confirme a estabilidade do sistema em cadeia fechada. Pretende-se um esboço no qual os aspectos essenciais do diagrama que permitem a análise de estabilidade por aplicação do critério de Nyquist estejam correctamente representados e justificados. Deverá também indicar o contorno de Nyquist considerado.
- 4 Suponha que ocorria uma mudança de sinal na função de transferência do “Processo” que passaria a ser  $G(s) = \frac{5}{\left(1 - \frac{s}{10}\right)^2}$ , mantendo-se constantes os parâmetros do controlador.

O sistema em cadeia fechada mantinha-se estável? Justifique utilizando o critério de Nyquist.

(Se não dimensionou o compensador pedido na alínea 1. considere nas alíneas 3. e 4. que  $G_c(s) = \frac{1}{s}$ )