



- **Identifique com nome e número** todas as folhas do exame
- **Resolva problemas distintos em folhas separadas**
- **Justifique** os seus cálculos e respostas
- Duração: 3 horas

### Problema 1

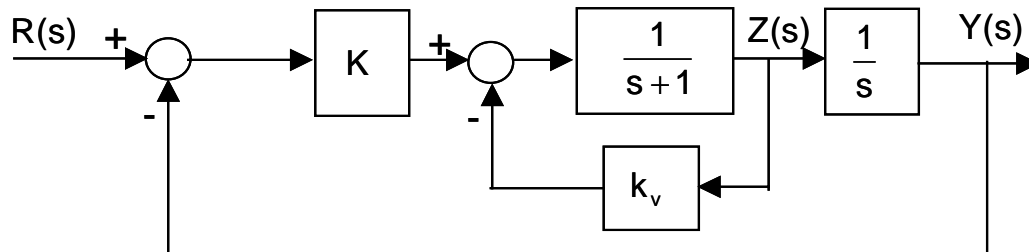


Figura 1. Controlo de um motor de corrente contínua.

A figura 1 representa um sistema de controlo de um motor de corrente contínua com **retroacção de posição e velocidade**. Na figura,  $y(t)$  e  $z(t)$  (com transformadas de Laplace  $Y(z)$  e  $Z(s)$ ) representam, respectivamente, a posição e a velocidade angular do veio do motor. A variável  $r(t)$  denota o sinal de entrada.

1.1 Calcule, como função de  $K > 0$  e de  $k_v \geq 0$ , os erros estacionários no seguimento a entradas escalão, rampa e parábola.

1.2 Para um valor de  $k_v \geq 0$  fixo, mas arbitrário, desenhe o “root-locus” do sistema como função de  $K > 0$ . Justifique cuidadosamente a sua resposta, calculando todos os pontos notáveis do root-locus e os ganhos de  $K$  correspondentes.

1.3 Calcule agora os valores de  $K > 0$  e  $k_v \geq 0$  de modo a que o sistema em malha fechada exiba um par de polos complexos conjugados com  $\omega_n = 10 \text{ rads}^{-1}$  e  $\xi = 0.5$ .

1.4 Para o valor de  $K$  determinado na alínea 1.3, desenhe o “root-locus” do sistema como função de  $k_v$  *positivo e negativo*. Justifique cuidadosamente a sua resposta, calculando todos os pontos notáveis do root-locus e os ganhos de  $k_v$  correspondentes (caso não tenha feito a alínea 1.3, adopte  $K=100$ ). Comente acerca do impacte da variação de  $k_v$  na estabilidade e desempenho do sistema em malha fechada. Em particular, interprete as consequências de uma falha do sensor de velocidade (taquímetro) e a consequente interrupção do “loop” de retroacção de velocidade

## Problema 2

Considere o sistema da Figura 2

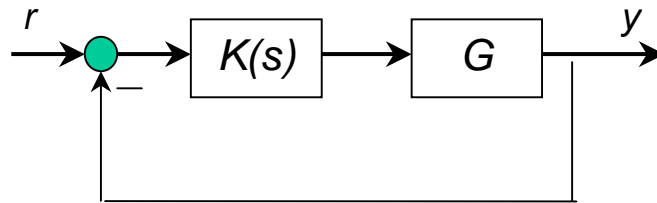


Figura 2

onde  $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$

Pretende-se que o sistema em malha fechada seja estável e que a resposta  $y(t)$  a um *escalão unitário* em  $r(t)$  cumpra as seguintes especificações:

Tempo de estabelecimento menor ou igual a 1.3 seg.

Sobreelevação menor ou igual a 16%.

2.1 Projecte um controlador tipo por avanço de fase com função de transferência

$$K(s) = k \frac{s+z}{s+p}; p, z > 0$$

de modo a satisfazer os requisitos enunciados. Faça  $p=10 \text{ rad s}^{-1}$ .

2.2) Se utilizar o controlador dimensionado em a), quais as diferenças qualitativas que espera encontrar entre a resposta resultante e a resposta desejada do sistema ? Justifique cuidadosamente.

### Problema 3

Considere o sistema de controlo da Figura 3

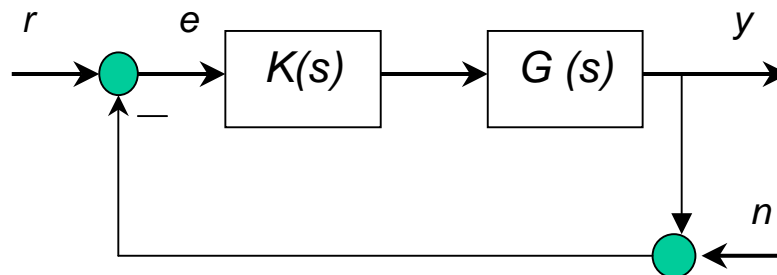


Figura 3

$$\text{com } G(s) = \frac{10}{s(s+10)}.$$

Pretende-se projectar um controlador  $K(s)$  de modo a que

i) o sistema em malha fechada seja estável

e sejam satisfeitos os seguintes requisitos:

ii) erro estático de posição (em resposta a um escalão unitário na entrada  $r$ ) igual a zero.

iii) erro estático de velocidade (em resposta a uma entrada  $r(t)=t$ ) menor ou igual a 10%.

iii) Seguimento de sinais de referência  $r(\cdot)$  na gama de frequências  $[0, 0.01] \text{ rad s}^{-1}$  com erro menor ou igual a  $-100 \text{ db}$ .

iii) Atenuação de ruído  $n(\cdot)$  na gama de frequências superior a  $1000 \text{ rad s}^{-1}$  de pelo menos  $-40\text{dB}$ .

iv) Margem de fase  $P_M$  maior ou igual a  $45^\circ$

v) Margem de ganho  $G_M$  positiva maior ou igual a  $+40 \text{ db}$ .

**3.1.** Mostre que não consegue atingir os objectivos indicados com um simples **controlador proporcional**  $K(s)=k>0$ . Justifique detalhadamente utilizando o traçado assintótico do diagrama de Bode do ganho de malha  $L(s)=G(s)K(s)$ .

**3.2.** Mostre que também não se conseguem atingir os objectivos indicados com um controlador  $K(s)$  de **avanço de fase**.

**3.3.** Projecte um controlador de **atraso de fase** de modo a satisfazer os requisitos indicados. **Justifique todos os passos com base nos diagramas de Bode e de Nyquist do ganho de malha  $L(s)=G(s)K(s)$  final.** Calcule (com base no diagrama assintótico do Diagrama de Bode) as margens de ganho positiva e negativa do sistema final e interprete qualitativamente o significado destas grandezas.

**3.4.** Suponha que existe um atraso  $\tau>0$  na transimissão de informação entre o controlador  $K(s)$  e o sistema a controlar  $G(s)$ . Para o sistema de controlo determinado em 3.c determine o atraso máximo tolerado a partir do qual o sistema se torna instável. Sugestão: note que a função de transferência de um atraso puro é  $\exp(-\tau s)$  e que quando  $s=j\omega$  este factor se traduz num atraso de fase que varia linearmente com a frequência. Utilize o critério de Nyquist. Caso não tenha resolvido a alínea 3.c, indique o procedimento teórico a seguir.