

- **Identifique com nome e número** todas as folhas do exame
- **Resolva problemas distintos em folhas separadas**
- **Justifique** os seus cálculos e respostas
- Duração: 3 horas

### Problema 1

Considere o sistema de controlo de posição descrito pelo diagrama de blocos da figura 1, em que o bloco  $\alpha$  representa um sensor de velocidade.

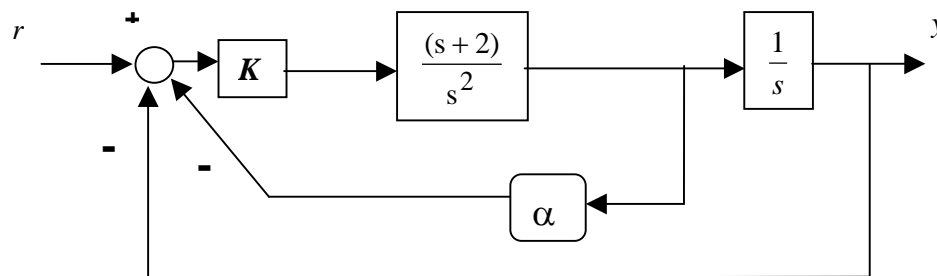


Figura 1

**1.a)** Para  $\alpha = 1$  analise a estabilidade do sistema em malha fechada em função de  $-\infty < K < +\infty$  utilizando o critério de Routh-Hurwitz.

**1.b)** Para  $\alpha = 1$  trace o “root-locus” em função de  $K > 0$ , determinando os pontos e ângulos relevantes.

**1.c)** Para  $\alpha = -1$  (inversão da polaridade do sensor)

- i) Trace o “root-locus” em função de  $K > 0$ , determinando os pontos e ângulos relevantes
- ii) Para  $K = 1$ , nesta configuração, determine o erro em regime permanente para um escalão unitário na referência  $r(t)=u(t)$ .

## Problema 2

Considere o sistema da Figura 2

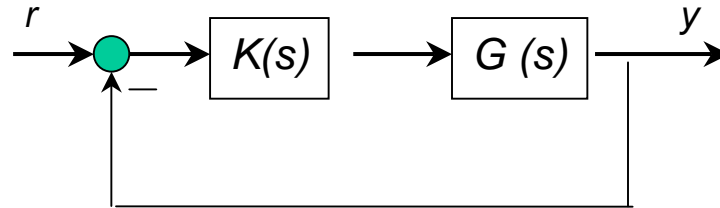


Figura 2

$$\text{onde } G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Pretende-se que o sistema em malha fechada seja estável e que a resposta  $y(t)$  a um *escalão unitário* em  $r(t)$  tenha as seguintes especificações:

Tempo de subida menor ou igual a 0.25 seg.

Sobreelevação menor ou igual a 20%

**2.1** Projecte um controlador tipo por avanço de fase com função de transferência

$$K(s) = k \frac{s+z}{s+p}; p, z > 0$$

de modo a satisfazer os requisitos enunciados. Faça  $p=10 \text{ rad s}^{-1}$ .

**2.2)** Se utilizar o controlador dimensionado em a), quais as diferenças qualitativas que espera encontrar entre a resposta resultante e a resposta desejada do sistema? Justifique cuidadosamente.

### Problema 3

Considere o sistema de controlo da Figura 3

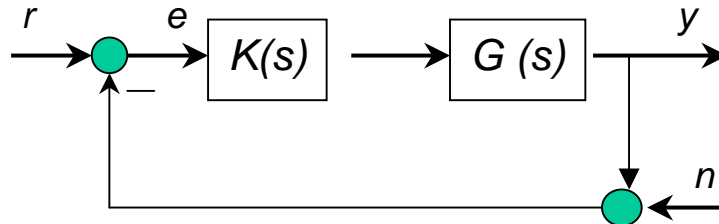


Figura 3

onde  $G(s) = \frac{1}{s(s-1)}$

**Atenção: o sistema a controlar é instável em malha aberta!**

3.a ) Verifique que existe um controlador de avanço de fase tipo proporcional+derivativo

$$K(s) = k(s + a); k, a > 0$$

com  $k$  e  $a$  a determinar, tal que

i) o sistema em malha fechada é estável

e satisfaz os seguintes requisitos:

ii) Seguimento de sinais de referência  $r(\cdot)$  na gama de frequências  $[0, 1] \text{ rad s}^{-1}$  com erro menor ou igual a  $-40 \text{ db}$ .

iii) Margem de fase  $P_M$  maior ou igual a  $45^\circ$

iv) Margem de ganho  $G_M$  positiva maior ou igual a +40 db.

Sugestões: Comece por traçar o diagrama de Bode do ganho de malha  $L(s)=G(s)K(s)$  com  $K(s)=1$  (hipótese de controlador o mais simples possível) e marque no diagrama de amplitude a constrição geométrica imposta pelo requisito *i*). Verifique que o controlador simples  $K(s)=1$  não permite atingir os objectivos exigidos. Determine agora valores de  $k$  e  $a$  que permitam atingir esses objectivos. Justifique detalhadamente a escolha dos valores obtidos utilizando simultaneamente os diagramas de Bode e de Nyquist.

**3.b)** Considere o sistema de controlo em malha fechada com o controlador determinado na alínea 3.a. Determine qual a atenuação garantida a sinais de ruído no sensor da variável  $y$  na gama de frequências  $[100, 1000] \text{ rad s}^{-1}$

**3.c)** Considere o sistema de controlo em malha fechada com o controlador determinado na alínea 3.a. Calcule a margem de ganho negativa desse sistema e interprete qualitativamente o resultado.

**3.d)** Suponha que existe um atraso  $\tau > 0$  na transimissão de informação entre o controlador  $K(s)$  e o sistema a controlar  $G(s)$ . Para o sistema de controlo determinado em 3.a, determine o atraso máximo tolerado a partir do qual o sistema se torna instável. Sugestão: note que a função de transferência de um atraso puro é  $\exp(-\tau s)$  e que quando  $s=j\omega$  este factor se traduz num atraso de fase que varia linearmente com a frequência. Utilize o critério de Nyquist.