Problemas de Sinais e Sistemas
Séries de Fourier

1. Use a equação de análise da série de Fourier para calcular os coeficientes a_k para o seguinte sinal contínuo periódico, com frequência fundamental $\omega_0 = \pi$:

$$x(t) = \begin{cases} 3/2 & 0 \le t < 1 \\ -3/2 & 1 \le t < 2 \end{cases}$$

2. Seja $x_1(t)$ um sinal contínuo periódico com frequência fundamental ω_1 e coeficientes de Fourier a_k. Dado:

$$x_2(t) = x_1(1-t) + x_1(t-1)$$

   Como é que a frequência fundamental ω_2 se relaciona com ω_1? Encontre a relação entre os coeficientes da série de Fourier b_k de $x_2(t2)$ e os coeficientes a_k.

3. Determine a representação em série de Fourier para os seguintes sinais:
   (a) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [\delta(t+2k) - \delta(t-1+2k)]$
   (b) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [u(t+2+6k) - u(t+1+6k) - u(t-1+6k) + u(t-2+6k)]$

4. Seja $x(n)$ um sinal discreto, periódico, real e ímpar, com período $N = 7$. Sendo a_k os coeficientes da sua série de Fourier e sabendo que:

$$a_{15} = j \quad a_{16} = 2j \quad a_{17} = 3j$$

   determine os valores de a_0, a_{-1}, a_{-2}, a_{-3}.

5. Suponha que conhecemos a seguinte informação sobre o sinal discreto $x(n)$:
   (a) $x(n)$ é um sinal real e par
   (b) $x(n)$ tem período $N = 10$ e coeficientes de Fourier a_k
   (c) $a_{11} = 5$
   (d) $(1/10) \sum_{n=0}^{9} |x(n)|^2 = 50$

   Mostre que $x(n) = A\cos(Bn + C)$ e especifique os valores numéricos para as constantes A, B e C.

6. Seja

$$x(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le 1 \\ 2-t & 1 \le t \le 2 \end{cases}$$

   um sinal periódico discreto com período fundamental $T = 2$ e com coeficientes de Fourier a_k.
   (a) Determine o valor de a_0
   (b) Determine a representação em série de Fourier de $\frac{dx(t)}{dt}$
   (c) Usando a propriedade da diferenciação da série de Fourier e o resultado da alínea anterior, determine os coeficientes de Fourier de $x(t)$.

7. Considere um sistema contínuo, linear e invariante no tempo cuja entrada $x(t)$ e saída $y(t)$ estão relacionadas pela equação diferencial:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = x(t)$$

Encontre a representação em série de Fourier da saída $y(t)$ para cada uma das entradas:

   (a) $x(t) = \cos(2\pi t)$

   (b) $x(t) = \sin(4\pi t) + \cos(6\pi t + \pi/4)$.

8. Considere um sistema discreto, linear e invariante no tempo cuja entrada $x(n)$ e saída $y(n)$ estão relacionadas pela equação às diferenças:

$$y(n) - \frac{1}{4}y(n-1) = x(n)$$

Encontre a representação em série de Fourier da saída $y(n)$ para cada uma das entradas:

   (a) $x(n) = \sin(3\pi n/4)$

   (b) $x(n) = \cos(\pi n/4) + 2\cos(\pi n/2)$.