

Problemas de Sinais e Sistemas

Transformada de Fourier de Sinais Discretos

1. Calcule a transformadas de Fourier dos seguintes sinais discretos:

(a) $\forall n \in \mathbb{Z}, x_a(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n-1)$

(b) $\forall n \in \mathbb{Z}, x_b(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|}$

2. Determine a equação dos sinais discretos cuja transformada de Fourier vale:

(a) $\forall \omega \in \mathbb{R}$:

$$X_1(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2\pi\delta(\omega - 2\pi k) + \pi\delta(\omega - \pi/2 - 2\pi k) + \pi\delta(\omega + \pi/2 - 2\pi k))$$

(b) $\forall \omega \in \mathbb{R}$:

$$X_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2j, & 0 < \omega \leq \pi \\ -2j, & -\pi < \omega \leq 0 \end{cases}$$

3. Sabendo que a transformada de Fourier do sinal discreto $x(n)$ é $X(e^{j\omega})$, expresse a transformada dos seguintes sinais em termos de $X(e^{j\omega})$:

(a) $x_1(n) = x(1-n) + x(-1-n)$

(b) $x_2(n) = \frac{1}{2}(x^*(-n) + x(n))$

(c) $x_3(n) = (n-1)^2 x(n)$

4. Considere um sistema linear e invariante no tempo, causal caracterizado pela seguinte equação às diferenças:

$$y(n) - \frac{1}{6}y(n-1) - \frac{1}{6}y(n-2) = x(n)$$

(a) Determine a sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$.

(b) Determine a sua resposta impulsiva.

5. Considere um sistema discreto, linear e invariante no tempo com resposta impulsiva:

$$\forall n \in \mathbb{Z}, h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

Use a transformada de Fourier para determinar a resposta aos seguintes sinais de entrada:

(a) $x(n) = \left(\frac{3}{4}\right)^n u(n)$

(b) $x(n) = (n+1)\left(\frac{1}{4}\right)^n u(n)$

(c) $x(n) = (-1)^n$

6. Considere um sistema discreto composto pela cascata de dois outros sistemas lineares e invariantes no tempo com respostas em frequência dadas por:

$$H_1(e^{j\omega}) = \frac{2 - e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

e

$$H_2(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega} + \frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$$

- (a) Determine a equação às diferenças que caracteriza o sistema composto.
(b) Determine a resposta impulsiva do sistema composto.
7. Um sistema discreto, linear e invariante no tempo é descrito pela seguinte equação às diferenças:

$$y(n) - ay(n-1) = bx(n) + x(n-1)$$

em que $a \in \mathbb{R}$ e $|a| < 1$.

- (a) Determine um valor para b de tal forma que a resposta em frequência do sistema verifique a seguinte equação:

$$|H(e^{j\omega})| = 1, \forall \omega \in \mathbb{R}$$

- (b) Desenhe um esboço do gráfico de $\angle H(e^{j\omega})$, para $\omega \in [0, \pi]$, quando $a = 1/2$.
(c) Desenhe um esboço do gráfico de $\angle H(e^{j\omega})$, para $\omega \in [0, \pi]$, quando $a = -1/2$.
(d) Determine a resposta deste sistema com $a = -1/2$ quando a entrada for:

$$x(n) = (1/2)^n u(n)$$