Problemas de Sinais e Sistemas
Transformada de Fourier de Sinais Contínuos

1. Calcule a equação e desenhe o gráfico de amplitude das transformadas de Fourier dos seguintes sinais contínuos:

   (a) $\forall t \in \mathbb{R}, x_a(t) = e^{-2(t-1)}u(t-1)$

   (b) $\forall t \in \mathbb{R}, x_b(t) = e^{-2|t-1|}$

2. Determine a equação dos sinais contínuos cuja transformada de Fourier vale:

   (a) $\forall \omega \in \mathbb{R}$:

   $$X_1(j\omega) = 2\pi\delta(\omega) + \pi\delta(\omega - 4\pi) + \pi\delta(\omega + 4\pi)$$

   (b) $\forall \omega \in \mathbb{R}$:

   $$X_2(j\omega) = \begin{cases} -2, & -2 \leq \omega < 0 \\ 2, & 0 \leq \omega \leq 2 \\ 0, & |\omega| > 2 \end{cases}$$

3. Sabendo que a transformada de Fourier do sinal contínuo $x(t)$ é $X(j\omega)$, expresse a transformada dos seguintes sinais em termos de $X(j\omega)$:

   (a) $x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t)$

   (b) $x_2(t) = x(3t-6)$

   (c) $x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t-1)$

4. Considere um sistema linear e invariante no tempo, causal e com resposta em frequência:

   $$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$$

   Observou-se que para uma dada entrada $x(t)$ a saída do sistema valia:

   $$y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$$

   Determine a entrada $x(t)$.

5. Calcule a transformada de Fourier dos seguintes sinais contínuos:

   (a) $\forall t, \alpha \in \mathbb{R}$:

   $$x_1(t) = \left[e^{-\alpha t}\cos(\omega_0 t)\right]u(t), \alpha > 0$$

   (b) $\forall t \in \mathbb{R}$:

   $$x_2(t) = 2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-2k) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-1-2k)$$

6. Sendo $x(t)$ a entrada de um sistema linear e invariante no tempo com resposta impulsiva $h(t)$, calcule a saída do sistema usando a propriedade da convolução da transformada de Fourier:

(a) $\forall t \in \mathbb{R},\ x(t) = te^{-2t}u(t),\ h(t) = e^{-4t}u(t)$

(b) $\forall t \in \mathbb{R},\ x(t) = te^{-2t}u(t),\ h(t) = te^{-4t}u(t)$

(c) $\forall t \in \mathbb{R},\ x(t) = e^{-2t}u(t),\ h(t) = e^{t}u(-t)$

7. Os sinais de entrada e de saída de um sistema contínuo causal, linear e invariante no tempo estão relacionados pela equação diferencial:

$$\forall t \in \mathbb{R}, \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t)$$

   (a) Determine a resposta impulsiva do sistema.

   (b) Qual será a resposta deste sistema se a entrada for $x(t) = te^{-2t}u(t)$?

   (c) Repita a primeira alínea para o sistema com a equação diferencial:

$$\forall t \in \mathbb{R}, \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \sqrt{2}\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2\frac{d^2x(t)}{dt^2} - 2x(t)$$

8. Considere um sistema linear e invariante no tempo em que a resposta ao sinal

$$\forall t \in \mathbb{R},\ x(t) = [e^{-t} + e^{-3t}]u(t)$$

vale

$$\forall t \in \mathbb{R},\ y(t) = [2e^{-t} - 2e^{-4t}]u(t)$$

   (a) Determine a resposta em frequência deste sistema.

   (b) Determine a resposta impulsiva do sistema.

   (c) Determine a equação diferencial que relaciona a entrada e a saída deste sistema.