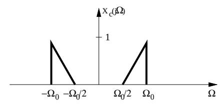
Problemas de Sinais e Sistemas
Amostragem de Sinais Contínuos

1. Um sinal em tempo contínuo $x_c(t)$, com a transformada de Fourier $X_c(j\Omega)$ da figura:



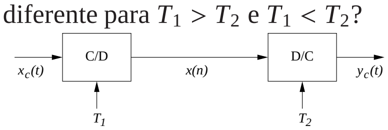
é amostrado com um período de $T = 2\pi/\Omega_0$ para formar a sequência $x(n) = x_c(nT)$.

   (a) Esboce a transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$ para $|\omega| < \pi$.

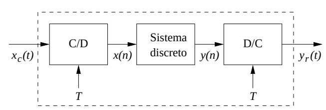
   (b) O sinal $x(n)$ destina-se a ser transmitido por um canal digital. No receptor, tem de ser possível reconstruir o sinal original. Desenhe um diagrama de blocos do sistema de reconstrução e especifique as suas características. Suponha que dispõe de filtros ideais.

   (c) Para que gama de valores de T em função de Ω_0 pode $x_c(t)$ ser recuperado a partir de $x(n)$?

2. Na figura seguinte, assuma que $X_c(j\Omega) = 0, \; |\Omega| \geq \pi/T_1$. Para o caso geral em que $T_1 \neq T_2$, expresse $y_c(t)$ em termos de $x_c(t)$. A relação é diferente para $T_1 > T_2$ e $T_1 < T_2$?



3. Sabe-se que um sinal contínuo de banda limitada possuí uma componente de 50 Hz, que se pretende remover com o sistema da figura seguinte:



em que $T = 10^{-4}s$.

   (a) Qual a maior frequência que o sinal pode conter para não existir *aliasing*?

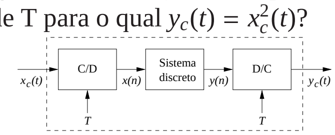
   (b) O sistema discreto a utilizar possui a seguinte função de transferência:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{[1 - e^{-j(\omega-\omega_0)}][1 - e^{-j(\omega+\omega_0)}]}{[1 - 0{,}9e^{-j(\omega-\omega_0)}][1 - 0{,}9e^{-j(\omega+\omega_0)}]}$$

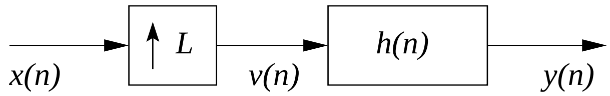
   Esboce a amplitude e a fase de $H(e^{j\omega})$.

   (c) Que valor deverá ser escolhido para ω_0 afim de eliminar a componente de 50 Hz?

4. Considere o sistema da figura seguinte com $X_c(j\Omega) = 0$ para $|\Omega| \geq 2\pi(1000)$ e com o sistema discreto $y(n) = x^2(n)$. Qual o maior valor de T para o qual $y_c(t) = x_c^2(t)$?



5. O sistema seguinte interpola aproximadamente a sequência $x(n)$ por um factor L. Suponha que o filtro linear tem resposta impulsiva $h(n)$ tal que $h(n) = h(-n)$ e $h(n) = 0$ para $|n| > (RL - 1)$, em que R e L são inteiros, ou seja, a resposta impulsiva é simétrica e tem comprimento $(2RL - 1)$ amostras.



(a) Qual o atraso a introduzir para tornar o sistema causal?

(b) Que condições deverá $h(n)$ satisfazer para que $y(n) = x(n/L)$ para $n = 0, \pm L, \pm 2L, \pm 3L, \ldots$?

(c) Utilizando a simetria da resposta impulsiva, mostre que cada amostra de $y(n)$ pode ser calculada com um máximo de RL multiplicações.

(d) Aproveitando o facto de não necessitar de efectuar multiplicações por zero, mostre que bastam apena $2R$ multiplicações por amostra da saída.

6. Considere uma sequência real $x(n)$ para a qual:

$$X(e^{j\omega}) = 0, \quad \frac{\pi}{3} \leq |w| \leq \pi$$

Um valor de $x(n)$ poderá ter sido corrompido, e pretende-se recuperar o seu valor de forma exacta ou aproximada. O sinal corrompido é:

$$\hat{x}(n) = x(n), \quad \text{para } n \neq n_0$$

e $\hat{x}(n_0)$ é real mas não se relaciona com $x(n_0)$. Em cada um dos seguintes casos, especifique um algoritmo para recuperar $x(n)$ a partir de $\hat{x}(n)$:

(a) É conhecido o valor de n_0.

(b) O valor exacto de n_0 é desconhecido mas sabe-se que é um número par.

(c) Não se sabe nada sobre n_0.