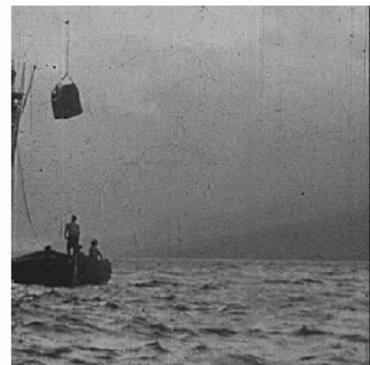
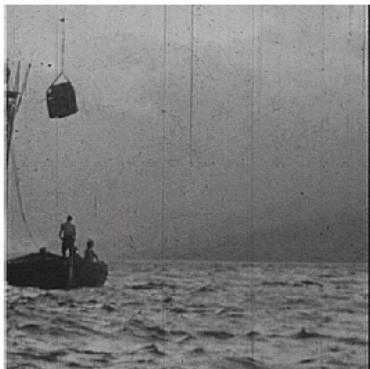




Filtragem linear

jorge s. marques, 2009

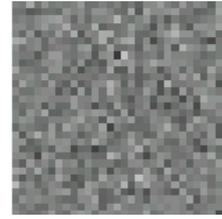
questão: como remover artefactos?



jorge s. marques, 2009

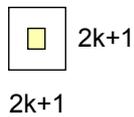
redução de ruído

como reduzir o ruído de uma imagem ?

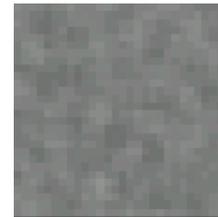


ideia: substituir cada pixel por uma média

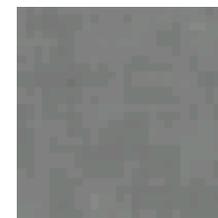
$$J(m,n) = \frac{1}{(2k+1)^2} \sum_{p=m-k}^{m+k} \sum_{q=n-k}^{n+k} I(p,q)$$



filtro de média



k=1



k=2

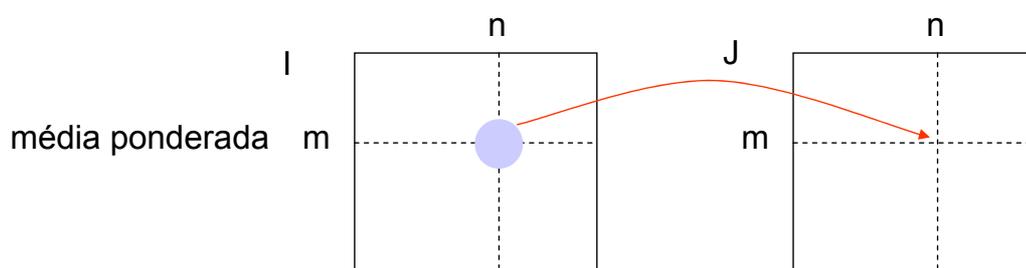
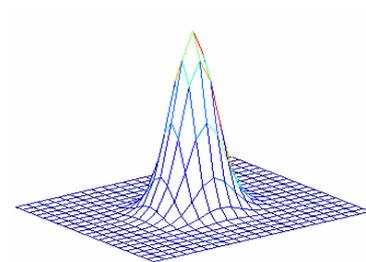
jorge s. marques, 2009

filtro gaussiano

imagem filtrada

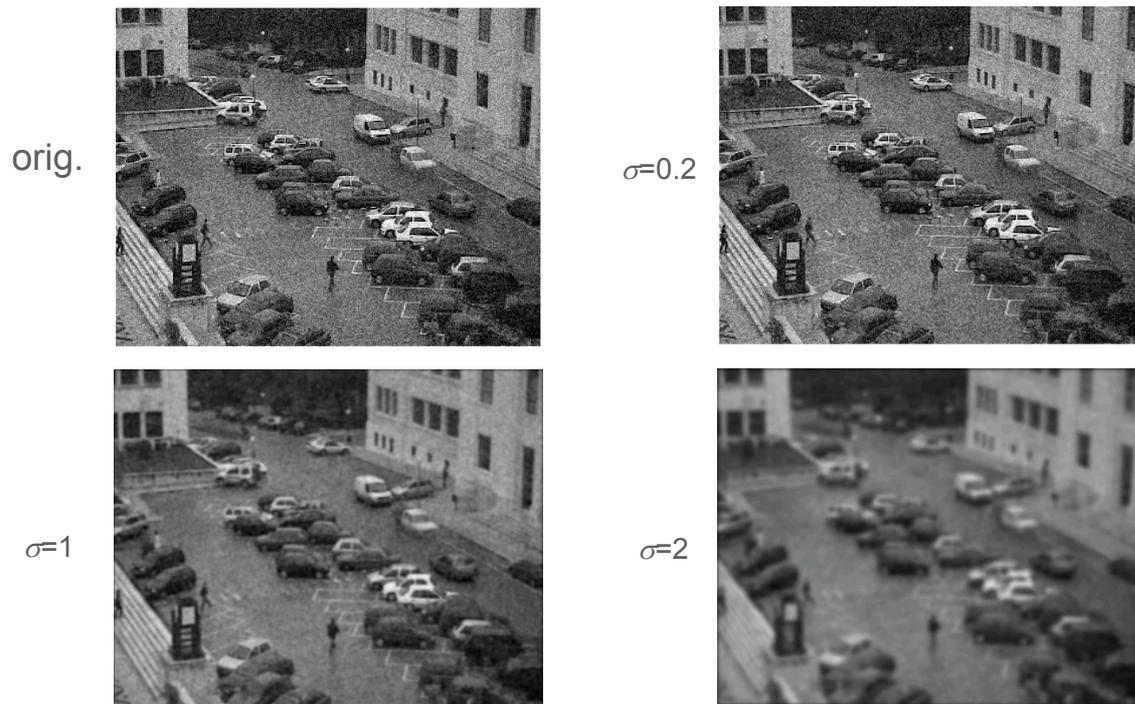
$$J(m,n) = \sum_{p,q} G(p-m, q-n) I(p,q)$$

$$G(p,q) = e^{-\frac{p^2+q^2}{2\sigma^2}}$$



jorge s. marques, 2009

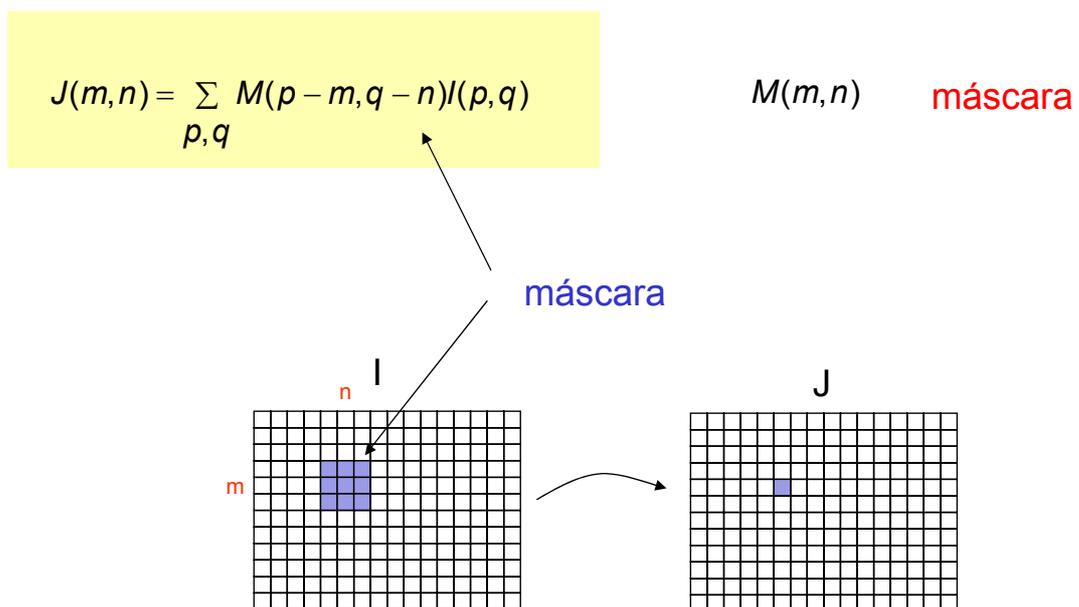
filtragem gaussiana



jorge s. marques, 2009

o filtro gaussiano estraga os contornos!!

filtragem linear



a máscara é deslocada de (m,n)

jorge s. marques, 2009

soma de convolução

filtro linear

$$J = h * I$$

resposta impulsiva

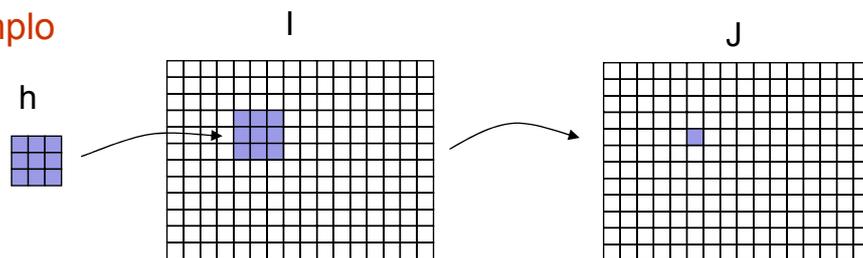
$$J(m, n) = \sum_{p, q} h(m - p, n - q) I(p, q)$$

convolução 2D

$$h(m, n) = M(-m, -n)$$

resposta impulsiva

exemplo



jorge s. marques, 2009

exemplos

$$M = \begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$

média ponderada dos
pixels vizinhos

$$M = \begin{matrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$

diferença vertical,
média na horizontal

jorge s. marques, 2009

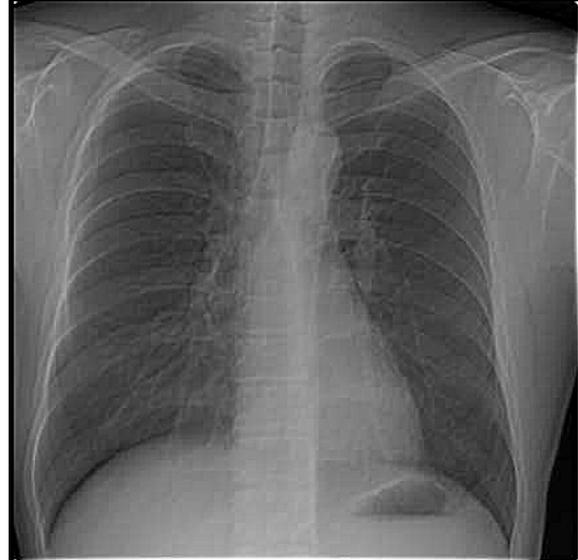
exemplo

$$J(m,n) = h(m,n) * I(m,n)$$

$$h(m,n) = \delta(m,n) - G(m,n)$$



original



filtrado

jorge s. marques, 2009

cálculo do gradiente

vector de gradiente:

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I(x)}{\partial x} \\ \frac{\partial I(x)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$I(x)$ imagem contínua

$x=(x_1, x_2)$ – variáveis contínuas

módulo e direcção

$$\|g(x)\| = \sqrt{g_1^2(x) + g_2^2(x)}$$

$$\angle g(x) = \arctan\left(\frac{g_2(x)}{g_1(x)}\right)$$

jorge s. marques, 2009

discretização do gradiente

1) as derivadas podem ser aproximadas por **diferenças finitas**

$$g_1(m,n) \approx \frac{I(m+1,n) - I(m-1,n)}{2}$$

$$g_2(m,n) \approx \frac{I(m,n+1) - I(m,n-1)}{2}$$

-1
0
1

-1	0	1
----	---	---

filtragem linear !

2) uma escolha melhor são as **máscaras de Sobel**

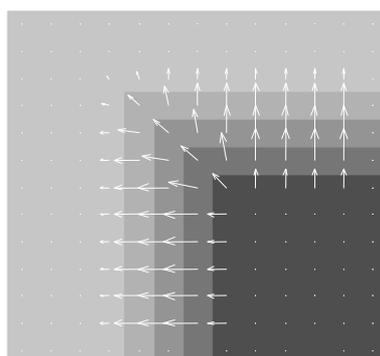
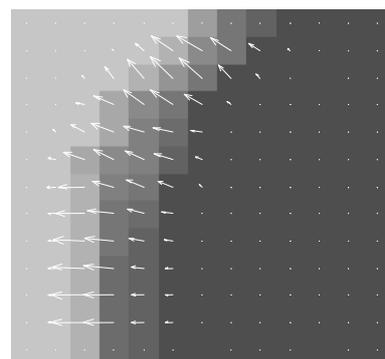
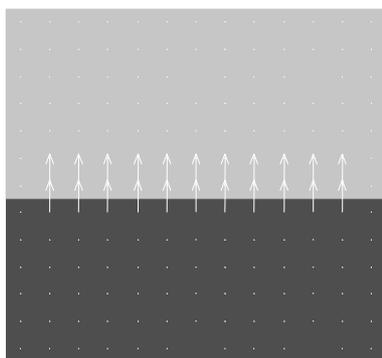
-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

filtragem passa-alto numa direcção e suavização na direcção ortogonal

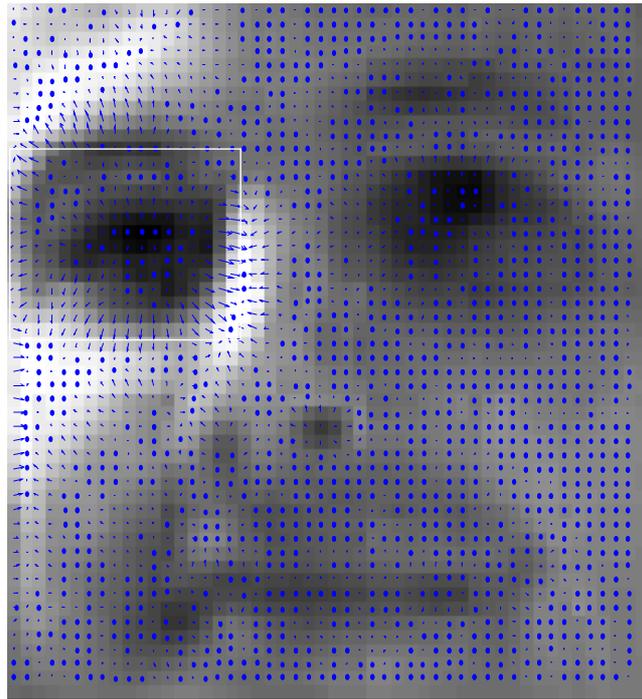
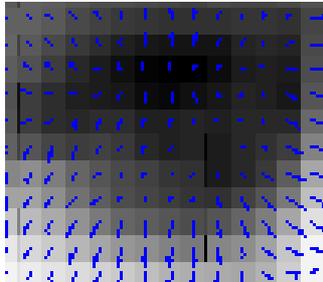
jorge s. marques, 2009

exemplo



jorge s. marques, 2009

exemplo

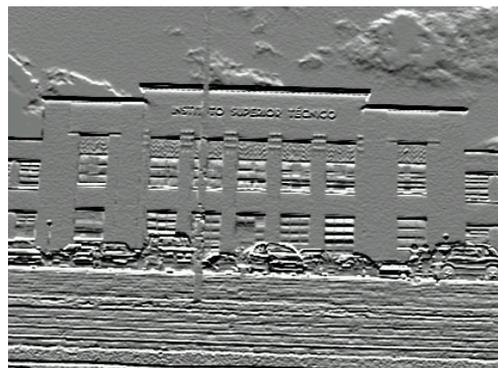


jorge s. marques, 2009

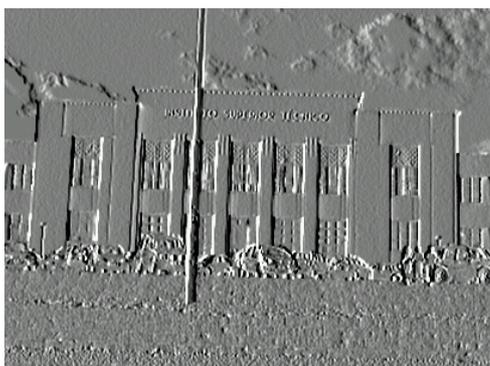
exemplo: gradiente



g_1



g_2



$|g|$



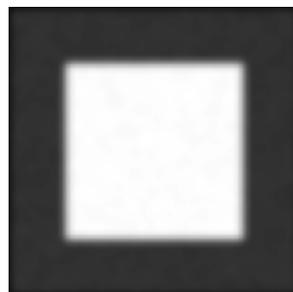
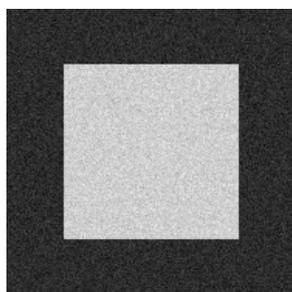
jorge s. marques, 2009



Filtragem não linear

jorge s. marques, 2009

os filtros lineares reduzem o ruído mas destroem os contornos.



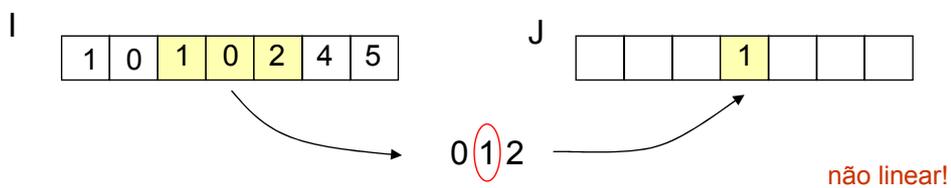
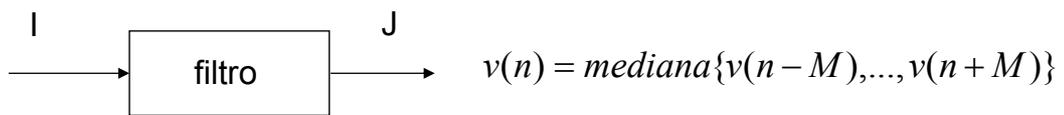
é possível filtrar a imagem preservando os contornos?

jorge s. marques, 2009

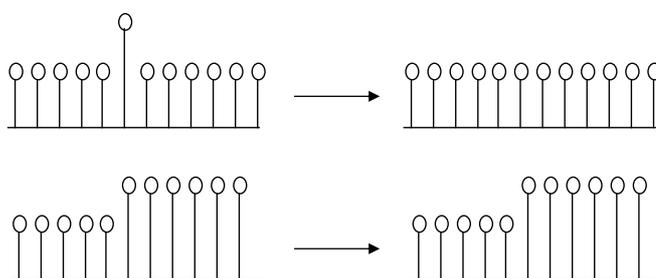
Filtro de Mediana

jorge s. marques, 2009

filtro de mediana 1D



Exemplo



jorge s. marques, 2009

Filtro de mediana 2D



$$v(m,n) = \text{mediana}\{u(m - M, n - N), \dots, u(m + M, n + N)\}$$

jorge s. marques, 2009

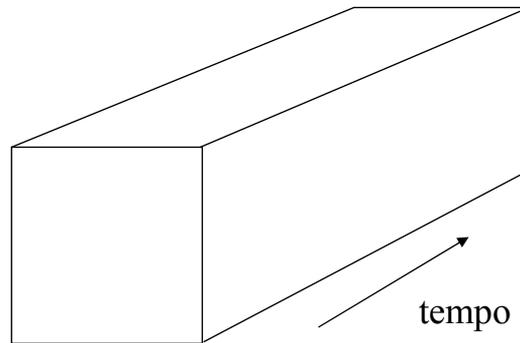
Exemplo



imagem original

jorge s. marques, 2009

Filtragem de sequências



O filtro de mediana pode ser aplicado no **espaço**, no **tempo** ou simultaneamente no **espaço-tempo**.

jorge s. marques, 2009

Exemplo – filtragem de mediana no tempo



jorge s. marques, 2009

exemplo – filtragem de mediana no tempo



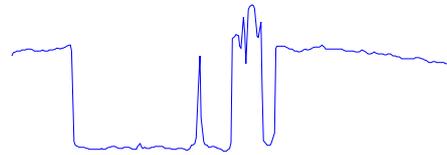
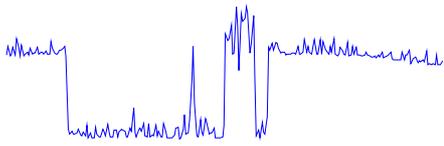
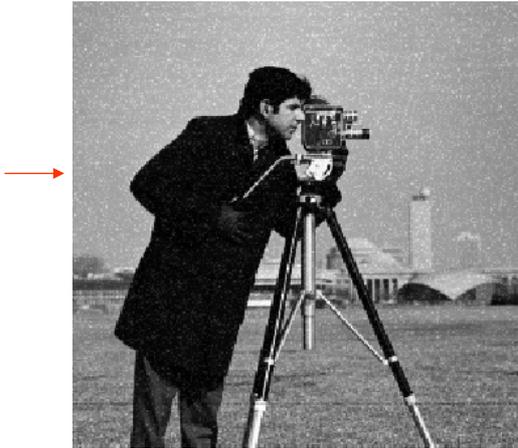
imagem de fundo

jorge s. marques, 2009

difusão não linear

jorge s. marques, 2009

difusão não linear



Perona & Malik

jorge s. marques, 2009

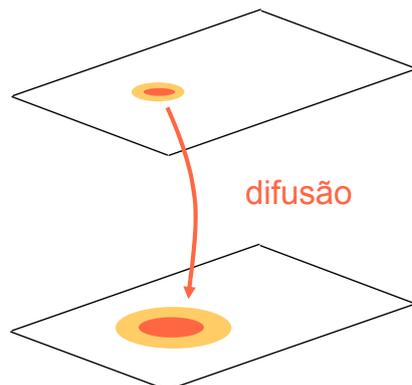
como se consegue?

equação do calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \Delta u$$

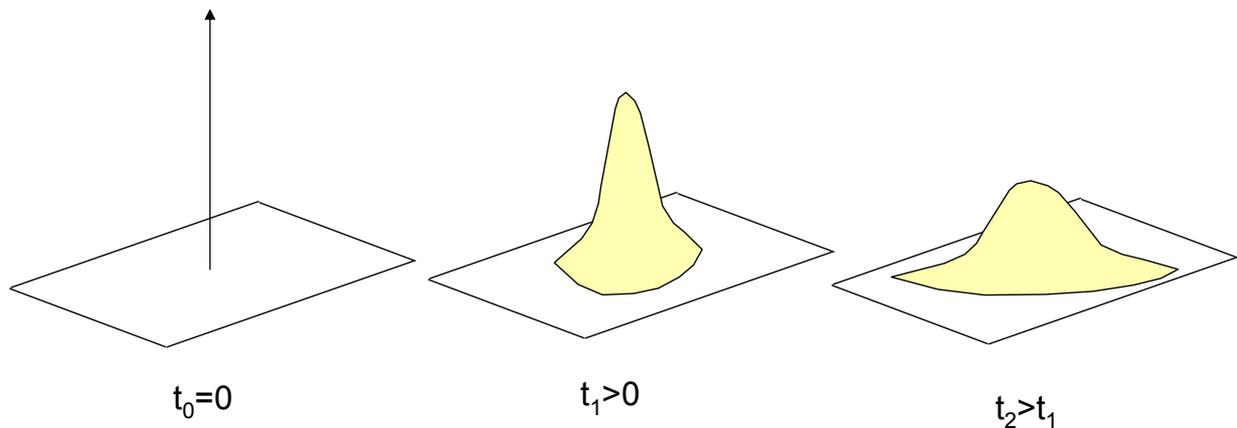
$u(x, t)$ temperatura

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$



jorge s. marques, 2009

difusão linear



solução da equação do calor:

$$G_{\sigma}(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\|x\|^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma = \sqrt{2t}$$

(verifique!)

jorge s. marques, 2009

difusão linear

definição: $\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u$

$u(x,0) = I(x)$ condição inicial

A equação tem uma solução única

$$u(x,t) = \begin{cases} I(x) & t = 0 \\ (G_{\sqrt{2t}} * I)(x) & t > 0 \end{cases}$$

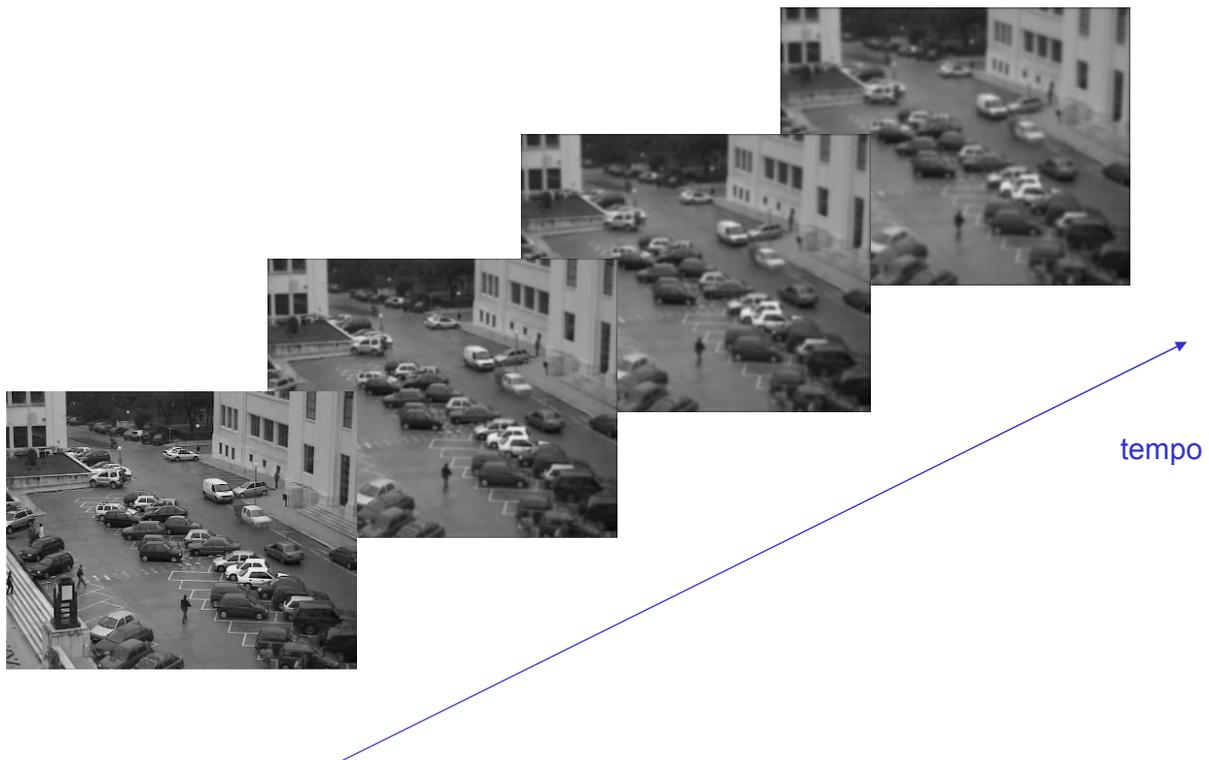
$$(G_{\sigma} * I)(x) = \int_{R^2} G_{\sigma}(x-y)I(y) dy$$
$$G_{\sigma}(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\|x\|^2}{2\sigma^2}}$$

filtragem gaussiana beautiful !!

a difusão linear conduz a uma filtragem gaussiana da imagem com parâmetro $\sigma = \sqrt{2t}$

jorge s. marques, 2009

filtragem gaussiana



jorge s. marques, 2009

espaço escala

Muitas imagens contêm estruturas em várias escalas. Por isso é útil representá-las através de uma família de imagens cada vez com menos pormenores.

Espaço escala de uma imagem $I(x)$ é uma família de imagens indexada por um parâmetro s

$$\{T_s I, s \geq 0\}$$

tal que

$$T_0 I = I$$

$$T_{s+t} I = T_s(T_t I)$$

propriedade de semigrupo

jorge s. marques, 2009

espaço escala gaussiano

O espaço escala gaussiano obtém-se filtrando a imagem por um kernel gaussiano com parâmetro s variando de 0 até infinito.

$$T_s I = G_s * I$$

Goza da propriedade de semigrupo. Prove!

Limitações:

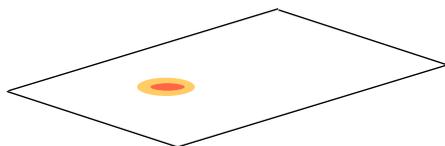
destrói os contornos dos objectos

como ultrapassar esta dificuldade?

jorge s. marques, 2009

pode ser gerado através de um processo de difusão linear

Generalização



$u(x)$ - concentração

a matéria flui das zonas de maior concentração para as zonas de menor concentração na direcção oposta à do gradiente.

lei de Fick

$$j = -c \nabla u$$

Lei da conservação de massa

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{div } j$$

$j(x)$ – fluxo
 c – condutividade
 $D(x)$ – matriz 2x2

material homogéneo: condutividade constante.

Perona & Malik: condutividade variante no espaço e no tempo

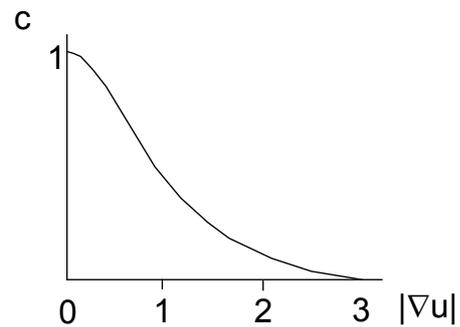
jorge s. marques, 2009

Ideia: filtrar as zonas homogéneas mas não as transições

condutividade

Condutividade (Perona & Malik)

$$c(x, t) = \frac{1}{1 + \alpha \|\nabla u(x, t)\|^2}$$



A condutividade depende da solução da concentração/temperatura num dado instante e altera-se ao longo do tempo.

Nas **zonas homogéneas** ($|\nabla u|=0$) a condutividade é constante $c=1$.
Nos pontos de **contorno**, a condutividade é quase nula.

jorge s. marques, 2009

difusão não linear

equação de difusão (Perona & Malik)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} (c(x, t) \nabla u)$$

$$c(x, t) = \frac{1}{1 + \alpha \|\nabla u(x, t)\|^2}$$

nota: $\operatorname{div} v = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y}$ $v = (A, B)$

jorge s. marques, 2009

discretização

O algoritmo de Perona e Malik resulta de uma discretização da equação de difusão não linear. Aproximando as derivadas por diferenças vem

$$u_{m,n}^{t+1} = u_{m,n}^t + \lambda [c_N \nabla_N u + c_S \nabla_S u + c_E \nabla_E u + c_W \nabla_W u]_{m,n}^t \quad 0 \leq \lambda \leq 1/4$$

em que

$$\nabla_N u_{m,n} = u_{m-1,n} - u_{m,n}$$

$$\nabla_S u_{m,n} = u_{m+1,n} - u_{m,n}$$

$$\nabla_E u_{m,n} = u_{m,n+1} - u_{m,n}$$

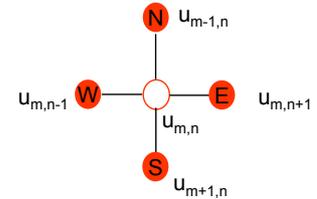
$$\nabla_W u_{m,n} = u_{m,n-1} - u_{m,n}$$

$$c_{N_{m,n}} = g(\|(\nabla u)_{m+1/2,n}\|) I_{m,n}$$

$$c_{S_{m,n}} = g(\|(\nabla u)_{m-1/2,n}\|)$$

$$c_{E_{m,n}} = g(\|(\nabla u)_{m,n-1/2}\|) I_{m,n}$$

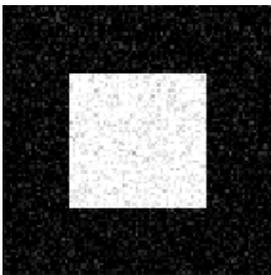
$$c_{W_{m,n}} = g(\|(\nabla u)_{m,n+1/2}\|)$$



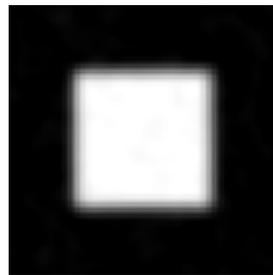
jorge s. marques, 2009

exemplo

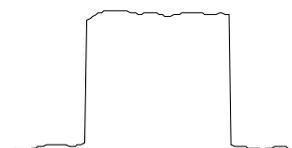
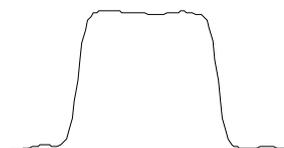
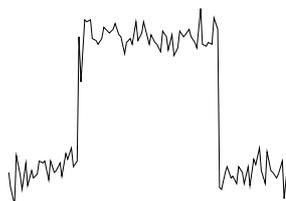
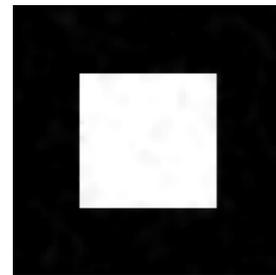
original



Gaussian filter



Perona-Malik



jorge s. marques, 2009



contornos & cantos

jorge s. marques, 2009

o que é um contorno ?



quais são os contornos?

transições de intensidade ou cor

associadas a

- aresta do objecto (geometria)
- variação de cor (textura)
- sombra (iluminação)

jorge s. marques, 2009

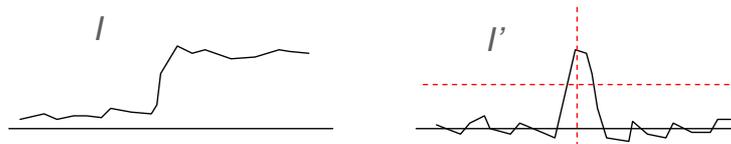
contornos

Pensa-se que o cérebro humano realiza alguma forma de **extracção de contornos** nas primeiras fases de processamento [Marr].

A detecção de contornos é usada em muitos sistemas de visão artificial como uma forma de simplificação da imagem

jorge s. marques, 2009

caso 1D



a derivação amplifica o ruído

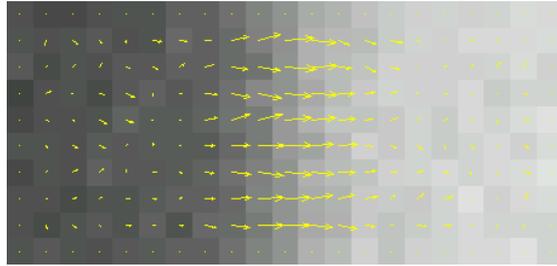
redução de ruído $v(x) = h(x) * u(x)$

derivação $w(x) = v'(x)$ ou $w(x) = h'(x) * u(x)$

deteção $w(x_0) > T$ e w tem um máximo local em x_0

jorge s. marques, 2009

caso 2D

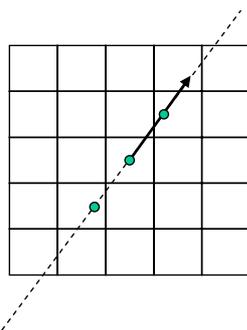


cálculo do gradiente $g(x) = \frac{d}{dx} I(x)$

detecção $|g(x)| > T$

a direcção do gradiente é a direcção de maior crescimento da imagem e é perpendicular às linhas de intensidade constante $I(x_1, x_2) = C$ (curvas de nível).
jorge s. marques, 2007

Supressão de não máximos



aceitam-se apenas pontos onde $|g|$ atinge um máximo local, na direcção do gradiente.

$$|g(x)| > |g(x + \frac{g}{|g|})| \quad \text{e} \quad |g(x)| > |g(x - \frac{g}{|g|})|$$

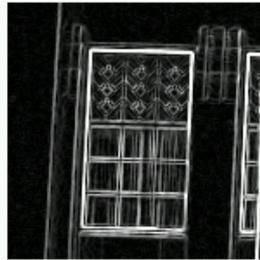
$g(x + \frac{g}{|g|}), g(x - \frac{g}{|g|})$ calculados por interpolação

alternativa: quantificar a direcção do vector de gradiente com 8 níveis.

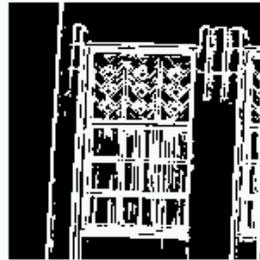
Exemplo



imagem



gradiente
(Sobel)



binarização



supressão de
não máximos

jorge s. marques, 2009

Exemplo



imagem



gradiente
(Sobel)



binarização



supressão de
não máximos

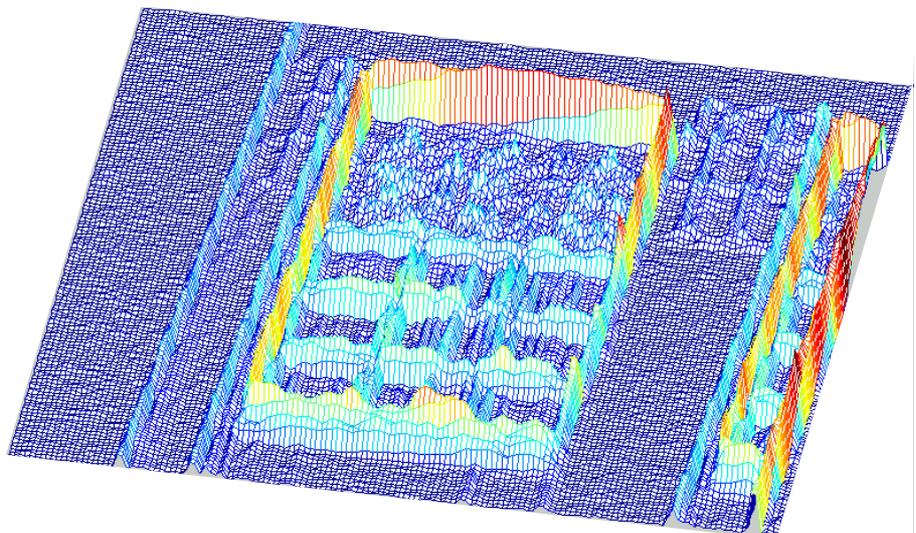
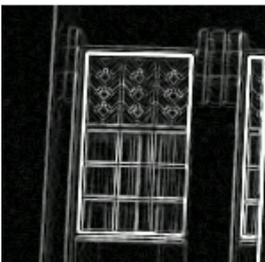
jorge s. marques, 2009

Dificuldades

- contornos interrompidos e falsos contornos
- contornos aparentes (sombras)
- desvios na detecção dos contornos

jorge s. marques, 2009

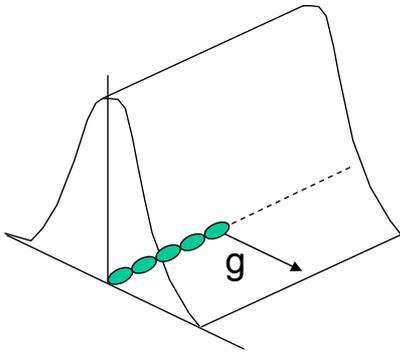
método de Canny



Objectivo: obter segmentos de contorno

jorge s. marques, 2009

método de Canny (2)



escolher um ponto de contorno x tal que $|g(x)| > T_a$

Deslocar x na direcção ortogonal ao gradiente

aceitar o novo ponto x' se $|g(x')| > T_b$ ($T_b < T_a$)
e se $|g(x')|$ for máximo local na direcção do gradiente

voltar ao início até que todos os pontos de contorno tenham sido testados.

histerese

jorge s. marques, 2009

Pontos de interesse

Pontos de interesse são pontos que permitem extrair informação da imagem (p.ex, para alinhamento, estimação de movimento, seguimento) a partir da análise de pouca informação.

Devem poder ser detectados de forma robusta e ser informativos.

Geralmente correspondem a zonas texturadas; na sua vizinhança deve haver variações de intensidade em mais do que uma direcção.

Casos particulares são os **cantos** e junções T, Y, X.

jorge s. marques, 2009

Cantos

O que é um canto ?

Não há uma definição formal.

Associa-se o conceito de canto a:

- **variação** rápida **da direcção do gradiente**
- **ângulo** no contorno externo de um objecto
- **curvatura** das curvas de nível da imagem



jorge s. marques, 2009

Curvas de nível



jorge s. marques, 2009

Detector de Harris

baseia-se numa média local $\bar{M}(x_1, x_2)$ da matriz

$$M(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_y I_x & I_y^2 \end{bmatrix} \quad I_x = \frac{\partial I}{\partial x} \quad I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$$

critério

$$R(x_1, x_2) = \det \bar{M}(x_1, x_2) - k (\text{tr} \bar{M}(x_1, x_2))^2 \quad k = 0.04$$

Um ponto x é classificado como canto se R tiver um máximo local em x e $R > T$.

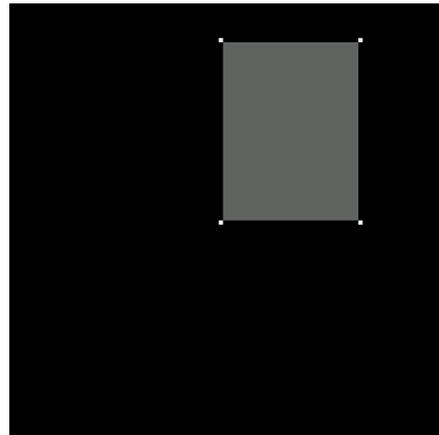
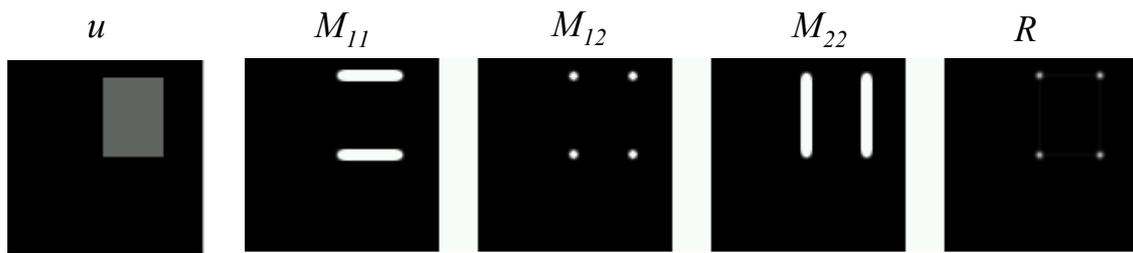
jorge s. marques, 2009

Detector de Harris

- calcular o gradiente da imagem (p.ex., Sobel)
- formar três imagens com os produtos das derivadas parciais e filtrá-las com um filtro passa baixo.
- calcular R ponto a ponto
- determinar os máximos locais de R e compará-los com o limiar T

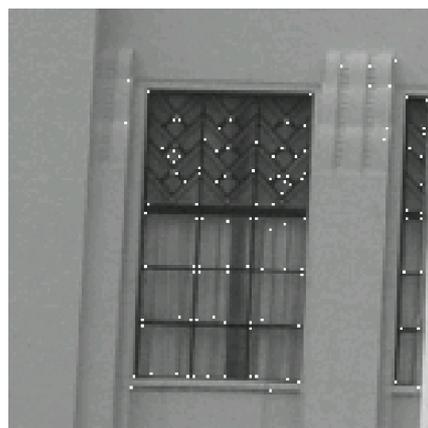
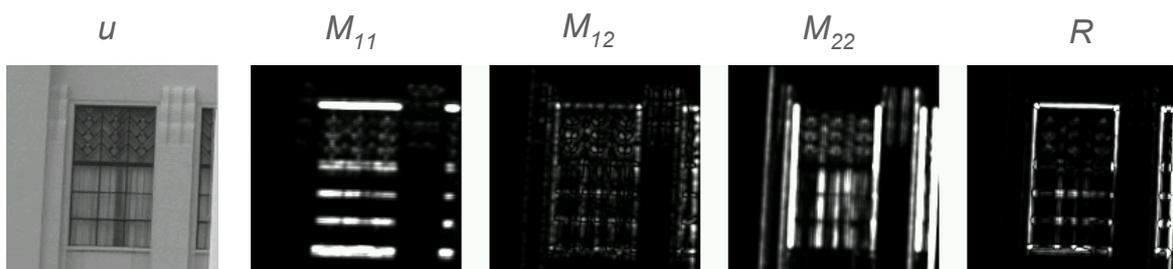
jorge s. marques, 2009

Exemplo



jorge s. marques, 2009

Exemplo



jorge s. marques, 2009

