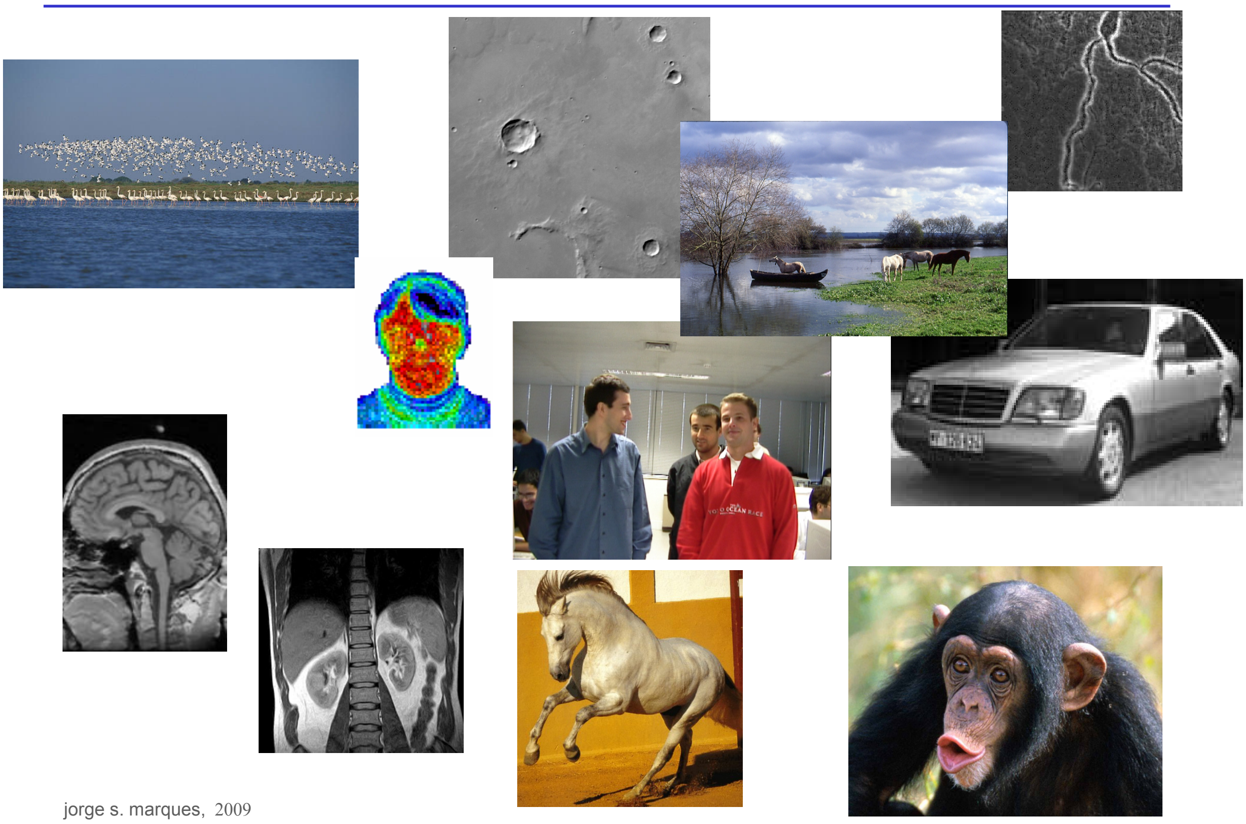
Imagens

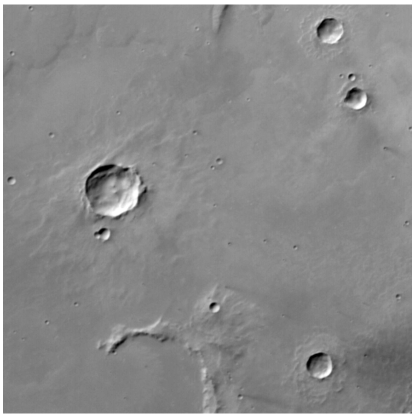
jorge s. marques, 2009

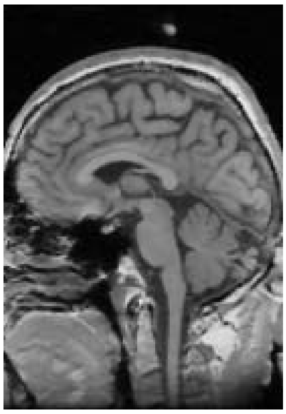
imagens: o que são? onde vivem? como se relacionam?



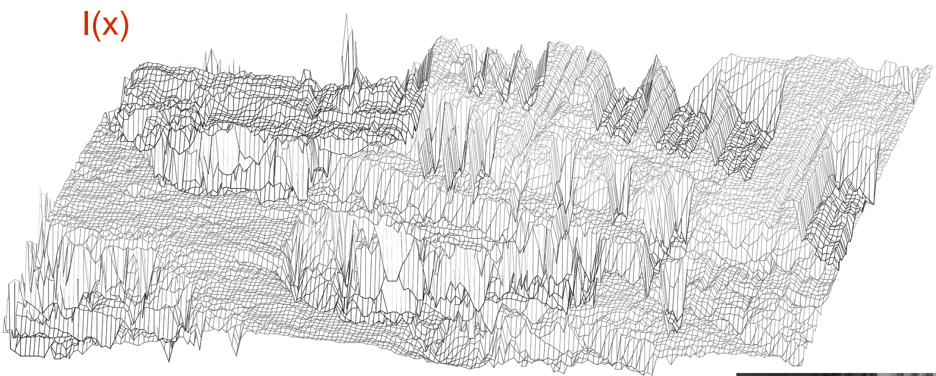
imagem

Uma imagem traduz a evolução de grandezas (intensidade, cor, reflectância, condutividade) num plano.



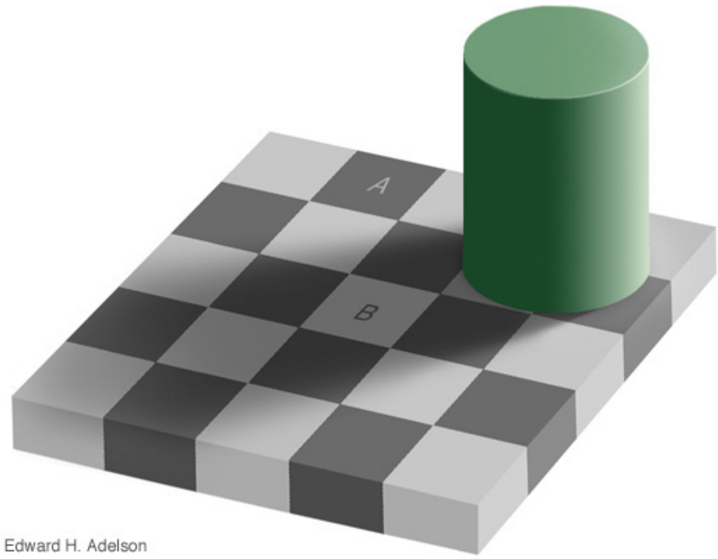


superfície de intensidade



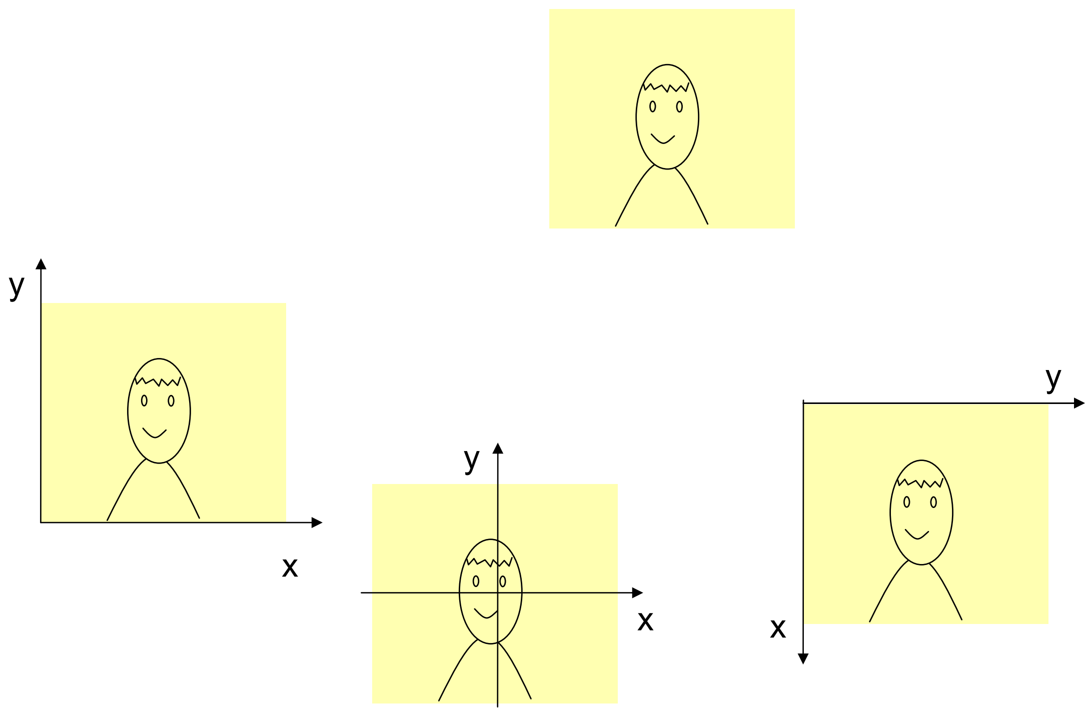
O que está aqui?

Ilusão



as células A e B têm a mesma intensidade

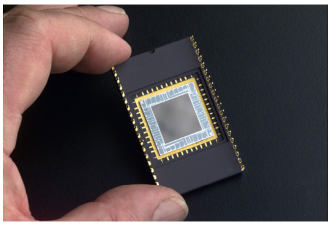
sistemas de coordenadas



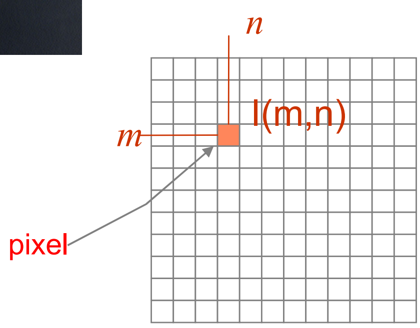
escolha mais frequente!

imagens discretas

A maioria dos sensores electrónicos produzem imagens discretas defiinidas numa grelha de pontos



sensor CCD



42	45	49	57	65	54	66	63	42	64	95
73	72	68	67	69	75	59	62	55	35	37
82	83	83	84	85	81	79	90	77	76	73
96	95	95	$\boxed{92}$	90	93	88	79	95	88	93
93	91	93	95	95	96	97	104	94	96	104
110	107	102	104	110	107	103	102	110	97	106
109	112	113	109	105	107	101	108	116	115	111
109	107	109	112	113	101	119	128	143	121	122
114	114	115	115	113	119	146	154	115	110	116
125	125	120	118	121	160	140	112	118	116	122
114	110	115	137	161	132	119	119	107	124	120

pixel – **pic**ture **el**ement

um pixel é caracterizado pelas suas coordenadas e pelo seu valor

notação matricial

Uma imagem discreta é uma matriz de valores.

Uma imagem I(x) com M linhas e N colunas pode ser representada por uma matriz de dimensão MxN ou por um vector de dimensão MNx1.

Exemplo

42	45	49	57
73	72	68	67
82	83	83	84
96	95	95	92
93	91	93	95

$$I = \begin{bmatrix} 42 & 45 & 49 & 57 \\ 73 & 72 & 68 & 67 \\ 82 & 83 & 83 & 84 \\ 96 & 95 & 95 & 92 \\ 93 & 91 & 93 & 95 \end{bmatrix} \qquad i = \begin{bmatrix} 42 \\ 73 \\ 82 \\ 96 \\ \vdots \\ \vdots \\ 92 \\ 95 \end{bmatrix}$$

p.ex., concatenação de colunas

adição e multiplicação por constante

adição

a adição de duas imagens discretas u,v com M linhas e N colunas é uma imagem discreta w tal que

$$w(x)=u(x)+v(x)$$

multiplicação por uma constante

a multiplicação de uma imagem discreta u com M linhas e N colunas por uma constante α é uma imagem discreta w, tal que

$$w(x)=\alpha\ u(x)$$

O conjunto das imagens discretas com M linhas e N colunas é um espaço vectorial de dimensão MN.

exercícios

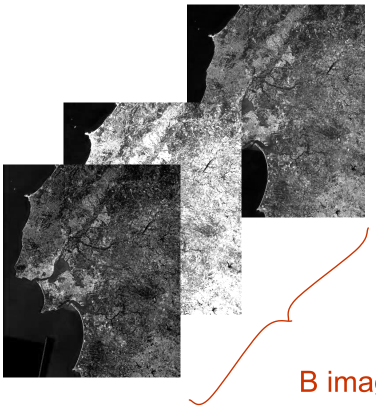
1)

$$U=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad V=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad U+\mathrm{W}=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 3\mathrm{U}=\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 0 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

2) defina uma base para o espaço das imagens discretas reais com 3 linhas e 2 colunas

imagens vectoriais

Uma imagem de satélite é composta por B imagens reais, alinhadas, obtidas em diferentes bandas de frequência.



B imagens

O valor da imagem num ponto é um vector

$$I(m,n) = \begin{bmatrix} I(m,n,0) \\ I(m,n,1) \\ \vdots \\ \vdots \\ I(m,n,B-1) \end{bmatrix}$$

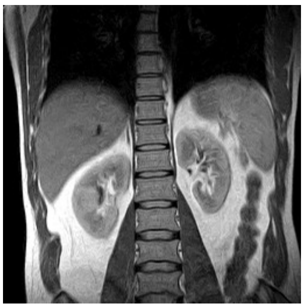
outro exemplo são as imagens de color.

m,n - coordenadas espaciais

B - número de bandas de frequência

imagens binárias

I(m,n)



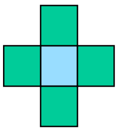
MRI dos rins

B(m,n)

Mozart

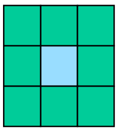
noções topológicas

quais são os pixels vizinhos de um pixel de coordenadas *(i,j)* ?



vizinhança 4

$$V_4 = \{(i-1,j),(i+1,j),(i,j-1),(i,j+1)\}$$



vizinhança 8

$$V_8 = \{(i-1,j-1),(i-1,j),(i-1,j+1),(i,j-1),$$
$$(i,j+1),(i+1,j-1),(i+1,j),(i+1,j+1)\}$$

conectividade

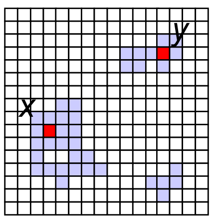


imagem binária

x, y estão ligados ?

NÃO

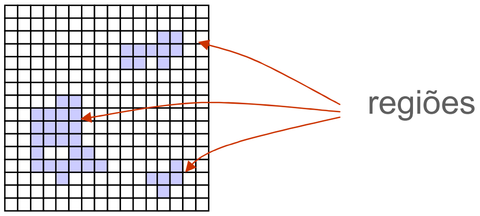
conectividade: dois pixels x, y de uma imagem binária dizem-se ligados se existir uma sequência de pixels $z^1, z^2, ..., z^n$:

$$z^1 = x,\ z^n = y$$

$$z^i, z^{i+1} \quad \text{são pixels vizinhos} \quad \forall i \in \{1, 2, ..., n-1\}$$

$$u(z^i) = 1 \quad \forall \mathrm{i} = 1,..., \mathrm{n}$$

região



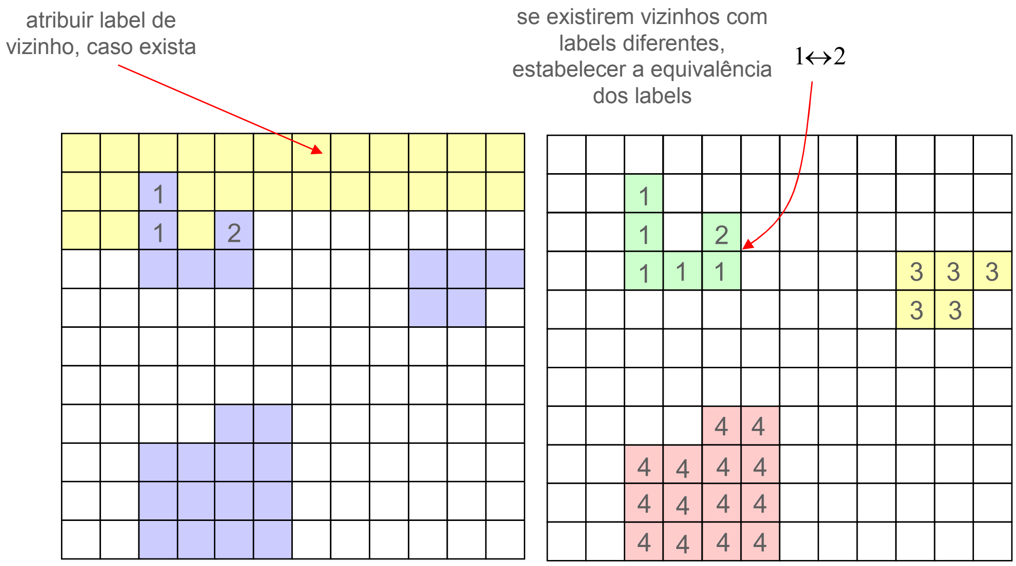
Região R é um conjunto de pixels ligados i.e.,

$$\forall x, y \in R, \ \text{x, y são ligados}$$

Um conjunto máximo de pixels ligados designa-se por componente conexa.

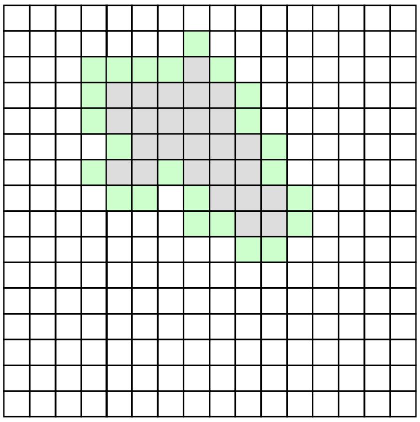
cálculo de componentes conexas

Algoritmo: atribui labels diferentes aos pixels de diferentes componentes conexas



Fronteira

Fronteira de uma região R é o conjunto de pixels de R que são vizinhos de pontos não pertencentes a R ou são pontos da fronteira da imagem.



resumo: tipos de imagens

Imagem I : D → C

Domínio D

R^2 ou intervalo $[a,b]x[c,d] \subset R^2$ imagem contínua

Z^2 ou intervalo $\{0,\ldots,M-1\}x\{0,\ldots,N-1\} \subset Z^2$ imagem discreta

Contradomínio C

R	imagem monocromática	ex: imagem de intensidade
R^n	imagem vectorial	ex: imagem de cor ou de satélite
{0,1}	imagem binária	ex: segmentação binária
{0, …, L-1}	imagem de labels	ex: segmentação multi-objectos

conversão entre imagens contínuas e discretas

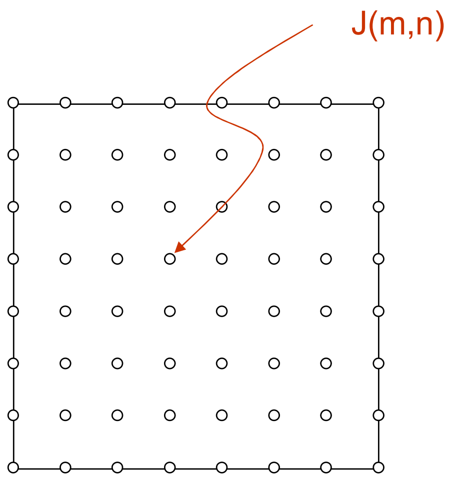
(um problema prático)

conversão contínuo → discreto

dada uma imagem contínua I(x,y) como obter uma imagem discreta J(m,n) que aproxime I(x,y)?

solução: amostragem

$$J(m,n) = I(\Delta m, \Delta n)$$



em geral, há perda de informação nesta operação

questão

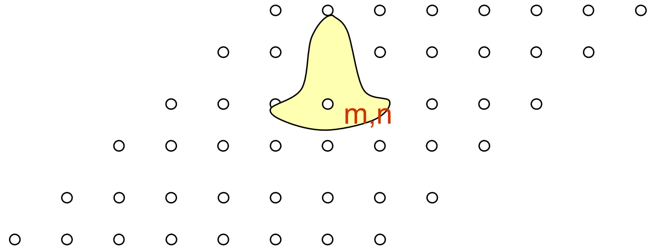
Dê exemplo de uma classe de imagens para a qual não haja perda de informação no processo de amostragem.

conversão discreto → contínuo mais difícil!

dada uma imagem discreta I(m,n) como obter uma imagem contínua J(x,y)?

solução: interpolação

$$J(x,y) = \sum_{m,n} I(m,n)\varphi(x-m, y-n)$$



como escolher φ?

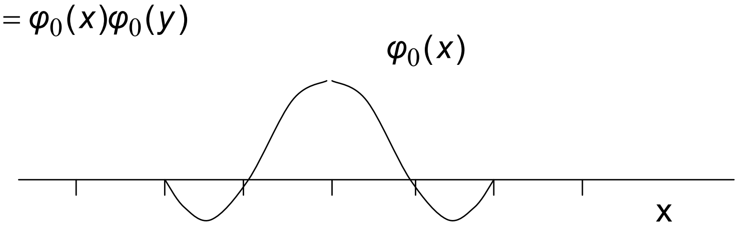
desenho da função interpoladora

O sinal interpolado (contínuo) deve coincidir com o sinal discretos para coordenadas (x,y) pertencentes à grelha de valores inteiros. Assim, obtém-se a condição

$$\varphi(x,y)=\begin{cases}1 & \text{se } (x,y)=0\\ 0 & \text{se } (x,y)\in Z^2\setminus\{0\}\end{cases}$$

É desejável que φ seja separável

$$\varphi(x,y)=\varphi_0(x)\varphi_0(y)$$

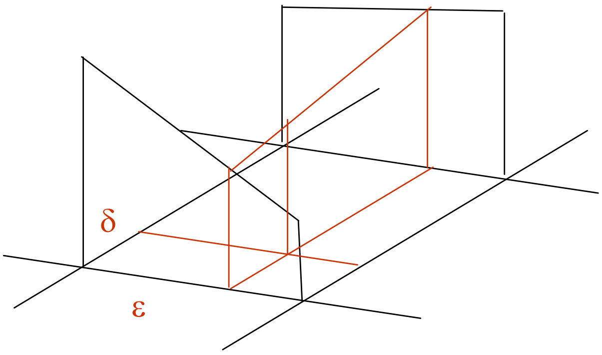


outras condições adicionais

Podem impôr-se outras condições adicionais p.ex.,

- uma imagem (discreta) constante deve ser convertida numa imagem (contínua) constante
- uma imagem da forma I(m,n)=am+bn+c deve ser convertida numa imagem da forma I(x,y)=ax+by+c.
- a imagem discreta deve ser convertida numa imagem contínua passa-baixo com banda $[-\pi,\pi]^2$.

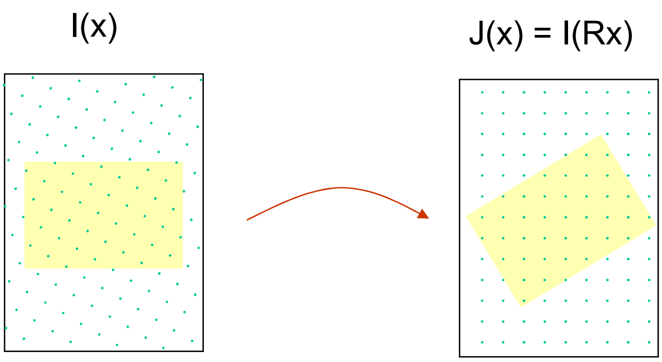
interpolação bilinear



$$x = m + \varepsilon \qquad y = n + \delta$$

$$J(x,y) = (1-\varepsilon)W(m,y) + \varepsilon W(m+1,y)$$
$$W(m,y) = (1-\delta)\, I(m,n) + \delta\, I(m,n+1)$$
$$W(m+1,y) = (1-\delta)\, I(m+1,n) + \delta\, I(m+1,n+1)$$

exemplo: rotação de imagem

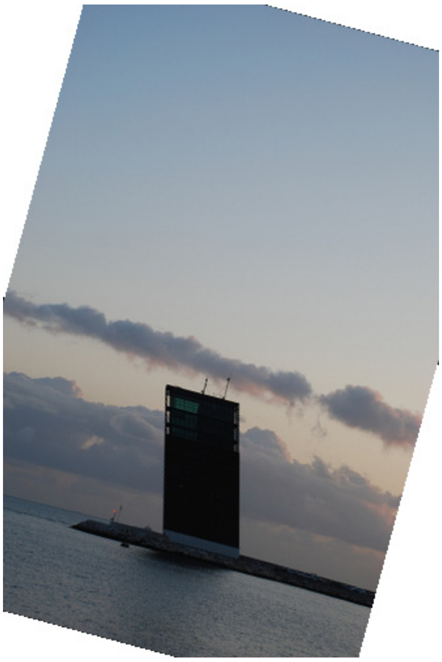


pontos de interpolação

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} m + \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix} n$$

Mesmo que x seja um vector de coordenadas inteiras, x=(m,n), Rx não tem coordenadas inteiras.

é necessário interpolar!



torre: arq. Gonçalo Byrne

problema: alinhamento de imagens

como alinhar duas imagens?

transformação geométrica

esta operação envolve interpolação

exercícios

1) deduzir as equações da interpolação bilinear

2) A interpolação bilinear é linear nos quatro coeficientes? qual a função interpoladora?

3) dar exemplos de funções interpoladoras separáveis

4) condição que as funções interpoladoras devem verificar para que uma imagem (discreta) constante seja transformada numa imagem constante.

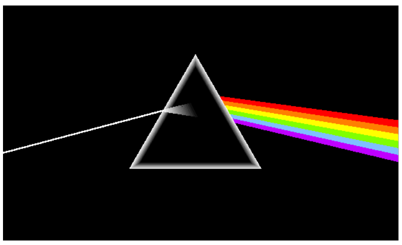
cor

desafio

www.rtribatejo.org

o que é a cor ? como é que se indexa uma imagem através da cor ?

espectro visível



750 nm

380 nm

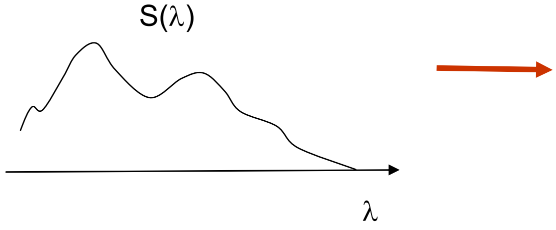
380 nm

750 nm

o que é a cor?

A cor é uma percepção humana.

É a resposta dos sensores localizados na retina ao espectro electromagnético na gama 380-750 nm.



percepção de cor

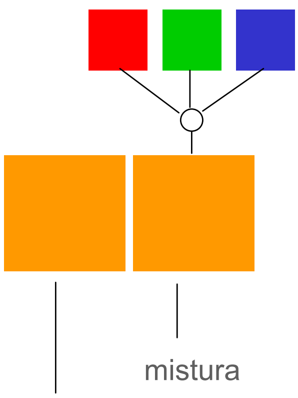
é preciso uma descriçao detalhada do espectro para caracterizar a cor? Não!

teoria tricromática

Desenvolvida por Tomas Young (sec. XVIII) Helmoltz (sec. XIX)

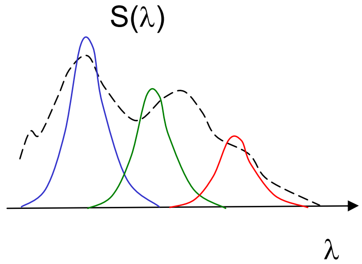
Helmoltz mostrou que qualquer (?) cor se pode sintetizar através da mistura de três cores primárias fixas

experiência



mistura

cor de teste



$$\hat{S}(\lambda) = c_1 P_1(\lambda) + c_2 P_2(\lambda) + c_3 P_3(\lambda)$$

pouco intuitivo, com 3 cores primárias não se pode aproximar bem o espectro S(λ)!

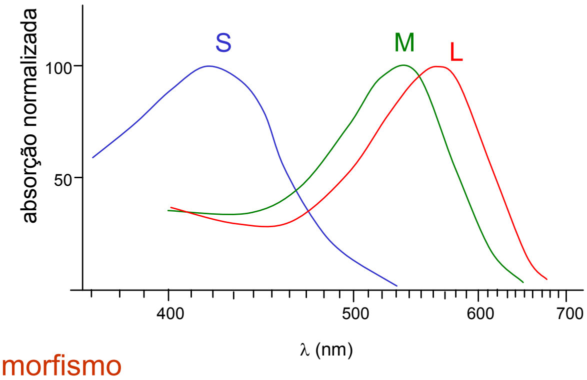
Young acreditava que havia 3 estruturas sensíveis à cor na retina.

verdade?...

retina

Tal como Young previu, há três tipos de células foto sensíveis na retina designados por cones.

Os três tipos de cones têm curvas de sensibilidade espectral (absorção) diferentes.



Dois espectros podem ser diferentes e causar a mesma percepção de cor. → meromorfismo

Resposta do cone i a um espectro S(λ)

$$R_i(S) = \int S(\lambda) S_i(\lambda) d\lambda$$

A percepção de cor é idêntica se as respostas dos cones forem iguais.

ajuste de cor

A mistura de cores primárias tem a mesma cor que o espectro incidente se

$$R_i(S) = R_i(\hat{S}), \; \mathrm{i} = 1,2,3$$

$$\int S(\lambda) S_i(\lambda) d\lambda = \int \sum_{k=1}^{3} c_k P_k(\lambda) S_i(\lambda) d\lambda \quad i = 1,2,3$$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}$$

$$R_{ij} = \int P_j(\lambda) S_i(\lambda) d\lambda$$

$$r_i = \int S(\lambda) S_i(\lambda) d\lambda$$

a projecção S(λ) → c é linear e fica completamente caracterizada se soubermos como se transforma cada risca espectral $\delta(\lambda - \lambda_0)$.

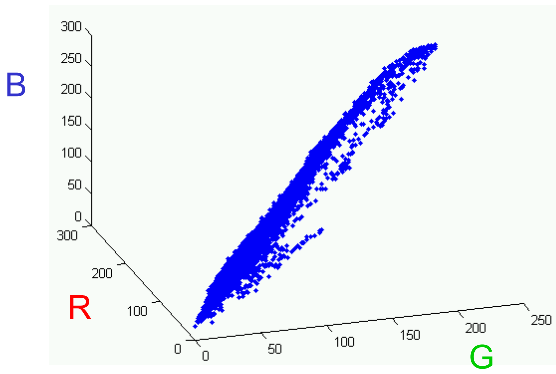
como descrever o conteúdo de cor de uma imagem ?

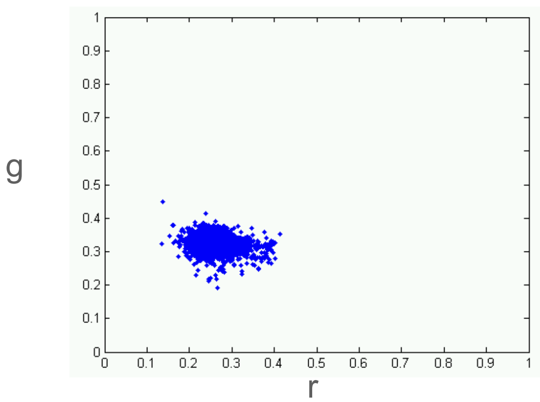
where is wally?

ou um problema mais realista

estudantes de piv bem dispostos!

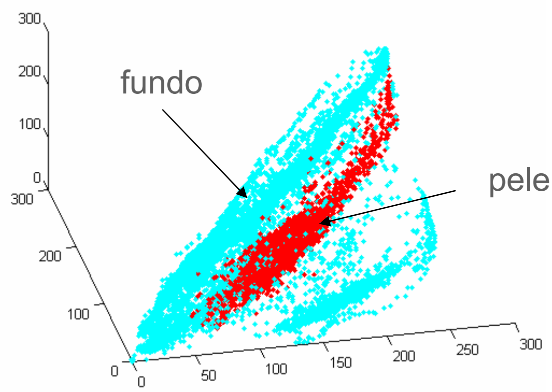
exemplo: camisola

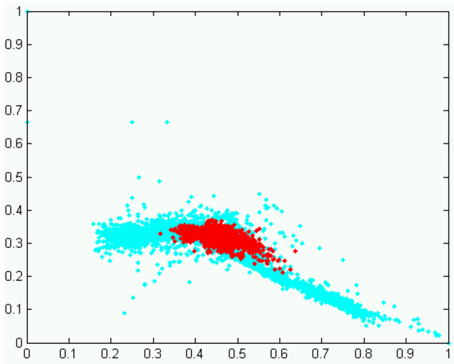




as variações são menores no espaço rg

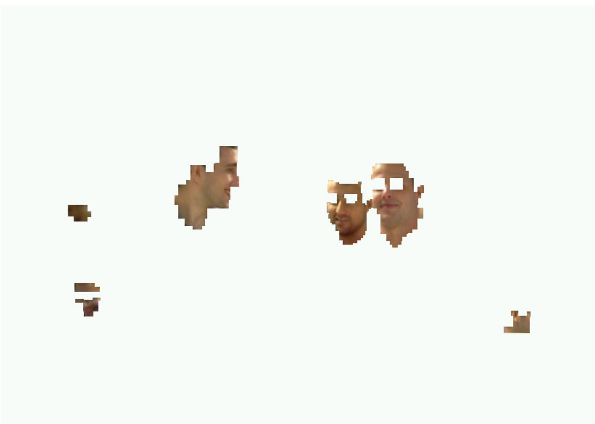
exemplo: pele

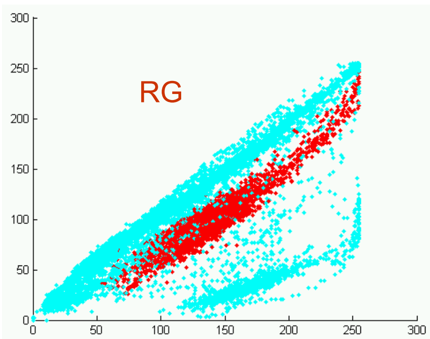


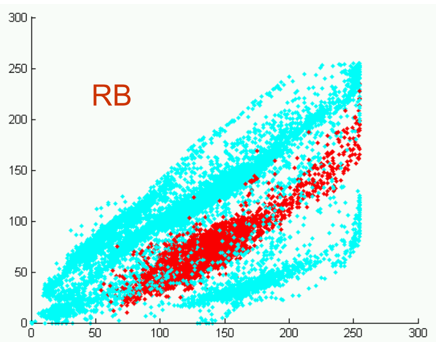


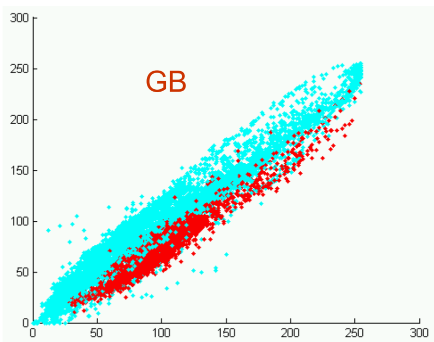
jorge s. marques, 2009

exemplo - pele



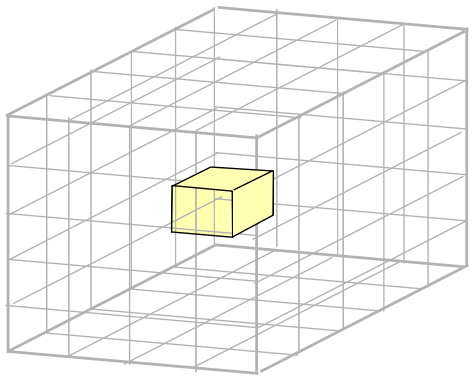






jorge s. marques, 2009

Histograma de cor



contar o número de pixels que pertence (vota) em cada célula.

h_k - número de pixels da célula k

A informação espacial é destruída no cálculo do histograma.

O espaço RGB é muito usado mas ou outros espaços podem também ser usados.

interpretação probabilística

Pode-se assumir-se que os pixels da imagem são realizações de uma variável aleatória discreta com distribuição

$$P(k) = C\, h_k$$

C – constante de normalização

A comparação entre imagens passa a ser uma comparação entre distribuições de probabilidade.

comparação de histogramas

norma euclidiana $\sum_k [P_1(k) - P_2(k)]^2$

distância do mínimo $\sum_k \min\{P_1(k), P_2(k)\}$

divergência de Kullback $\sum_k P_1(k) \log \frac{P_2(k)}{P_1(k)}$