

Optimização e Algoritmos
1ºSemestre – 2003/2004
LEEC

Série de Problemas nº 3

1. Considere o seguinte problema:

$$\text{Minimize } f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$

A solução óptima deste problema é $x^* = [2, 1]$ e $f(x^*) = 0$.

Use o Algoritmo das coordenadas cíclicas para aproximar esta solução utilizando como estimativa inicial o ponto $x^0 = [0, 3]$. Verifique que enquanto nas primeiras iterações o algoritmo progride bastante, o mesmo comportamento não se verifica nas últimas iterações. Tente encontrar uma explicação para este facto.

2. Use o Algoritmo de Hooke and Jeeves para resolver o mesmo problema e usando a mesma estimativa inicial $x^0 = [0, 3]$. Compare o desempenho deste algoritmo com o das coordenadas cíclicas.
3. Suponha que x^k e x^{k+1} são dois pontos consecutivos gerados pelo algoritmo de "steepest descent". Mostre que $f(x^k) - f(x^{k+1}) = 0$.
4. Seja Q uma matriz $n \times n$, simétrica, e sejam d_1, d_2, \dots, d_n um conjunto de vectores próprios de Q . Mostre que d_1, d_2, \dots, d_n são Q -conjugados.
5. Sejam a_1, a_2, \dots, a_k um conjunto de vectores linearmente independentes em R^n e seja Q uma matriz $n \times n$, simétrica e positiva definida.

Mostre que os vectores d_1, d_2, \dots, d_k construídos de acordo com o procedimento descrito abaixo (procedimento de Gram-Schmidt) são Q -conjugados:

$$a_k \quad \text{se } k = 1$$

$$d_k = a_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{d_i Q a_k}{d_i Q d_i} \quad \text{se } k = 2$$