



Sistemas e Sinais

Laboratório 0 (parte a)

(Iniciação ao MATLAB®)

Miguel Pedro Silva e João Reis

**Instituto Superior Técnico,
Dep. de Engenharia Mecânica - Secção Sistemas,
Grupo de Controlo Automação e Robótica**

Introdução

- ❑ O MATLAB é um programa para cálculos científicos e de engenharia, cujo o elemento básico é o *array* (o qual não requer dimensionamento), o que permite resolver de uma forma eficiente problemas baseados na manipulação de matrizes.
- ❑ O Nome MATLAB é uma abreviatura de MATrix LABoratory.
- ❑ O MATLAB possui um conjunto de Toolboxes que são um conjunto de funções MATLAB (M-files) específicas para uma dada aplicação e/ou tecnologia: **Redes Neurais, Controlo de Sistemas, Processamento de Sinal**, etc.

Introdução (cont.)

- ❑ O sistema MATLAB possui 5 constituintes principais:
 - ❑ As ferramentas para utilização e desenvolvimento;
 - ❑ A biblioteca de funções matemáticas;
 - ❑ A linguagem de programação (de alto nível);
 - ❑ As funções gráficas;
 - ❑ As bibliotecas de interfaces que permitem escrever programas em **C** e **Fortran** que interagem com o MATLAB.

Introdução (cont.)

□ 1.1. Manipulação de Matrizes

Definir a matriz A:


```
A = [1, 2, 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Aceder aos elementos de A:

```
a12 = A(1,2)
```

```
a41 = A(4,1) % erro
```

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$


Alterar os elementos de A:

```
A(1,2) = 20
```

```
A(4,1) = 100
```

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Introdução (cont.)

Aceder a vectores linha de A:

$$a_{1j} = A(3, :)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Aceder a vectores coluna de A:

$$a_{i1} = A(:, 2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Submatrizes de A:

$$\text{sub} = A(2:3, 1:2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Transposta de uma matriz:

$$B = A'$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 100 \\ 20 & 5 & 8 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

Introdução (cont.)

Dimensão de uma matriz:

`dimens = size(A)`

`[linh ,coln] = size(A)`

dimens = [4 3]

linh = 4

coln = 3

Diagonal de uma matriz:

`vec1 = diag(A)`

vec1 = $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}$

Soma dos elementos de um vector:

`valor = sum(diag(A))`

valor = 15

Criar um vector com elementos igualmente espaçados:

`vec2 = (1:4)'`

`vec3 = 0.1:0.1:0.4`

`vec4 = 8:-2:1`

vec2 = $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

vec3 = [0.1 0.2 0.3 0.4]

vec4 = [8 6 4 2]

Introdução (cont.)

Permuta de colunas de uma matriz:

$$B = A(:, [3 \ 1 \ 2])$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 20 \\ 6 & 4 & 5 \\ 9 & 7 & 8 \\ 0 & 100 & 0 \end{bmatrix}$$

**Aceder a um elemento ou submatriz
a partir do último índice:**

$$A(1:\text{end}-1, :)$$

$$A(3, \text{end})$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Introdução (cont.)

□ Operadores: + - * / ^

Outra forma de gerar A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Aplicam-se as regras da multiplicação matricial

$$B = A(1:2, :) * A(:, 3)$$

$$C = A^2$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 \\ 96 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 36 & 42 \\ 66 & 81 & 96 \\ 102 & 126 & 150 \end{bmatrix}$$

Expansão Escalar

$$D = A - 1$$

$$D(1:2, 3) = 10$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 \\ 3 & 4 & 10 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Introdução (cont.)

□ Multiplicação, exponenciação e divisão elemento a elemento: \cdot $*$ \cdot $^$ \cdot $/$

$$E = A \cdot * D$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 \times 0 & 2 \times 1 & 3 \times 10 \\ 4 \times 3 & 5 \times 4 & 6 \times 10 \\ 7 \times 6 & 8 \times 7 & 9 \times 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 30 \\ 12 & 20 & 60 \\ 42 & 56 & 72 \end{bmatrix}$$

$$F = A \cdot ^2$$

$$F = \begin{bmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 \\ 4^2 & 5^2 & 6^2 \\ 7^2 & 8^2 & 9^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 16 & 25 & 36 \\ 49 & 64 & 81 \end{bmatrix}$$

$$G = A(1, :) \cdot / [10 \ 20 \ 30]$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{bmatrix} = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]$$

Introdução (cont.)

□ Geração de matrizes básicas:

```
A = []           % matriz vazia
B = zeros(2,3)  % matriz de zeros 2x3
C = ones (2,2)  % matriz de uns 2x2
D = eye(3)      % matriz identidade 3x3

E = rand(3,2)   % matriz 3x2 de n°s aleatórios com
                % distribuição uniforme entre [0,1]

F = randn(5,4)  % matriz 5x4 de números aleatórios com
                % distribuição normal
                % (média = 0, dev. padr. = 1)
```

Introdução (cont.)

□ Concatenação de matrizes:

$$A = [1 \ 2; \ 3 \ 4]$$

$$B = [5 \ 6; \ 7 \ 8]$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Ou com a função *cat*:

$$C = [A \ , \ B]$$

$$C = \text{cat}(2, A, B)$$

$$D = [A \ ; \ B]$$

$$D = \text{cat}(1, A, B)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

□ Eliminar linhas ou colunas de uma matriz:

$$C(:, 2) = []$$

$$D(3, :) = []$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 8 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

Exercícios (para casa)

1. Crie um vector coluna com números pares entre 102 e 145.
2. Seja $\mathbf{x} = [2 \ 5 \ 1 \ 6]$
 - a. Somar 16 a cada elemento
 - b. Somar 3 aos elementos de índice impar
 - c. Calcular a raiz quadrada de cada elemento (use a função `sqrt`)
 - d. Calcular o quadrado de cada elemento
3. Seja $\mathbf{x} = [3 \ 2 \ 6 \ 8]'$ e $\mathbf{y} = [4 \ 1 \ 3 \ 5]'$
 - a. Some os elementos de \mathbf{x} a cada componente de \mathbf{y} .
 - b. Utilize cada elemento de \mathbf{x} como expoente de cada elemento correspondente do vector \mathbf{y} .
 - c. Divida cada elemento de \mathbf{y} pelo elemento correspondente de \mathbf{x} .
 - d. Multiplique cada elemento em \mathbf{x} pelo elemento correspondente em \mathbf{y} , e atribua o resultado a \mathbf{z} .
 - e. Some os elementos de \mathbf{z} , e atribua o resultado \mathbf{w} .
 - f. Calcule $\mathbf{x}' * \mathbf{y} - \mathbf{w}$ e interprete o resultado.

Exercícios (para casa)

4. Avalie as seguintes expressões, depois utilize o MATLAB para verificar os resultados obtidos:

a. $2 / 2 * 3$

b. $6 - 2 / 5 + 7 ^ 2 - 1$

c. $10 / 2 \setminus 5 - 3 + 2 * 4$

d. $3 ^ 2 / 4$

e. $3 ^ 2 ^ 2$

f. $2 + \text{round}(6 / 9 + 3 * 2) / 2 - 3$

g. $2 + \text{floor}(6 / 9 + 3 * 2) / 2 - 3$

h. $2 + \text{ceil}(6 / 9 + 3 * 2) / 2 - 3$

Exercício 5

5. Criar um vector com os elementos:

- a. a. 2, 4, 6, 8, ...
- b. b. 10, 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4
- c. c. 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5,..
- d. d. 0, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, ...

```
a = 2:2:20
```

```
b = 10:-2:-4
```

```
c1 = 1:5
```

```
c2 = 1./c1
```

```
c = rats(c2)
```

```
%(ver tipo de elem. de c)
```

```
d1 = 0:4
```

```
d2 = 1:5
```

```
d3 = d1./d2
```

```
d = rats(d3)
```

Exercício 6

6. Criar um vector x com 50 elementos, dados por $x_n = (-1)^{n+1}/(2n-1)$.
Apresente um gráfico (n,x) .

```
n = 1:50;  
x = ((-1).^(n+1) ) ./ (2*n - 1);  
  
plot(n,x)  
pause  
plot(n,x, 'r*')  
pause  
stem(n,x)
```

Exercício 7

- 7.** A população nos E.U.A. é modelada pela seguinte expressão, onde t é a data, em anos:

$$P(t) = 197273000 / (1 + e^{-0.0313(t - 1913.25)})$$

- a.** Esta expressão foi obtida com dados entre $t = 1790$ até $t = 2000$. Obtenha um gráfico que mostre essa evolução.
- b.** Que população é estimada para o ano de 2020?

```
t = 1790:2000;  
div = 1 + exp(-0.0313*(t - 1913.25));  
P = 197273000./div;  
plot(t,P)  
xlabel('Ano'), ylabel('População')  
P2020 = 197273000 / (1 + exp(-0.0313*(2020 - 1913.25)))
```


Exercício 8

- 8.** Dado o *array* $A = [2 \ 4 \ 1 ; 6 \ 7 \ 2 ; 3 \ 5 \ 9]$, escreva os comandos necessários para:
- Atribua a 1ª linha de A a um vector denominado $x1$;
 - Atribua as duas últimas de A a um *array* denominado y
 - Obtenha um vector linha em que cada coluna é igual à soma das colunas de A
 - Obtenha um vector coluna em que cada coluna é igual à soma das linhas de A

```
A = [ 2 4 1 ; 6 7 2 ; 3 5 9 ]
```

```
x1 = A(1, :)
```

```
y = A(end-1:end, :)
```

```
c = sum(A)
```

```
d = sum(A')'
```

Exercício 9

9. Dado o *array* $Z = [2 \ 7 \ 9 \ 7 ; 3 \ 1 \ 5 \ 6 ; 8 \ 1 \ 2 \ 5]$, escreva os comandos que:
- Atribua as colunas pares de Z a um *array* denominado B
 - Atribua as linhas ímpares de Z a um *array* denominado C
 - Converta Z num *array* 4-por-3
 - Calcule uma matriz em que cada elemento é o inverso de Z
 - Calcule a raiz quadrada de cada elemento de Z

```
Z = [2 7 9 7 ; 3 1 5 6 ; 8 1 2 5]
```

```
A = Z(:, 2:2:end)
```

```
B = Z(1:2:end, :)
```

```
C = Z'
```

```
D = 1./Z % [rats(d)]
```

```
E = sqrt(Z)
```

Exercício 10

10. Escreva um *script (m file)*, que peça ao utilizador os coeficientes de um polinómio de grau 3, calcule e apresente as raízes desse polinómio.

```
clc;           %limpa a linha de comandos
clear all;    %apaga todas as variáveis do espaço de trabalho
close all;    %fecha todas as figuras

a3 = input('Introduza o coeficiente de x^3: ');
a2 = input('Introduza o coeficiente de x^2: ');
a1 = input('Introduza o coeficiente de x^1: ');
a0 = input('Introduza o coeficiente de x^0: ');

pol = [a3 a2 a1 a0];
raizes = roots(pol);
disp('As raizes do polinomio sao: ');
disp(raizes);
```

Exercício 11

11. Execute e analise o resultado do seguinte *script*:

```
t = [0:0.01:10];  
x = cos(2*pi*t);  
y = exp(-t);  
  
figure(1), plot(t, x, t, y);  
legend('x = cos(2*pi*t)', 'y = exp(-t)');  
figure(2), plot(t, x.*y);  
  
title('Titulo do gráfico');  
xlabel('abcissa');  
ylabel('ordenada');  
grid on;  
legend('cos(2*pi*t).*(exp(-t))');
```