



Instituto Superior Técnico
Sinais e Sistemas

4º teste – 20 de Dezembro de 2005

Duração da prova: 2 horas

Número: _____
Nome: _____

Parte I

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resposta múltipla as respostas têm cotações tais que o valor médio da cotação de respostas dadas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Se for escolhida mais de uma resposta, a cotação será a soma das cotações das respostas escolhidas.

Problema 1 (1 val): Considere o **SLIT** contínuo **causal** representado na Figura 1, em que

$$C(s) = 3 \frac{s+2}{s+10} .$$

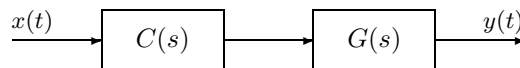


Figure 1:

Selecione a função de transferência $G(s)$ de modo a tornar verdadeira a seguinte afirmação:

A resposta ao escalão unitário do sistema $C(s)$ representa uma boa aproximação da resposta ao escalão unitário da série dos dois sistemas.

i) $G(s) = \frac{2}{s+2}$

ii) $G(s) = \frac{1000}{s+1000}$

iii) $G(s) = \frac{1}{s+2}$

iv) $G(s) = \frac{1}{s+1000}$

Problema 2 (2 val): Sejam $x(n)$ e $y(n)$, respectivamente, os sinais de entrada e de saída de um sistema discreto, cujas transformadas de Fourier se relacionam pela seguinte equação:

$$Y(e^{j\Omega}) = e^{-j3\Omega} X \left(e^{j(\Omega - \frac{\pi}{6})} \right) .$$

No domínio do tempo, qual a relação entre os sinais de entrada e de saída do sistema?

i) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-3)} x(n-3)$

ii) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-3)} x(n)$

iii) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}n} x(n-3)$

iv) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}n} x(n)$

Problema 3 (6 val): Na Figura 2 representa-se o diagrama de Bode de um sistema contínuo **linear**, **invariante no tempo** e **causal**.

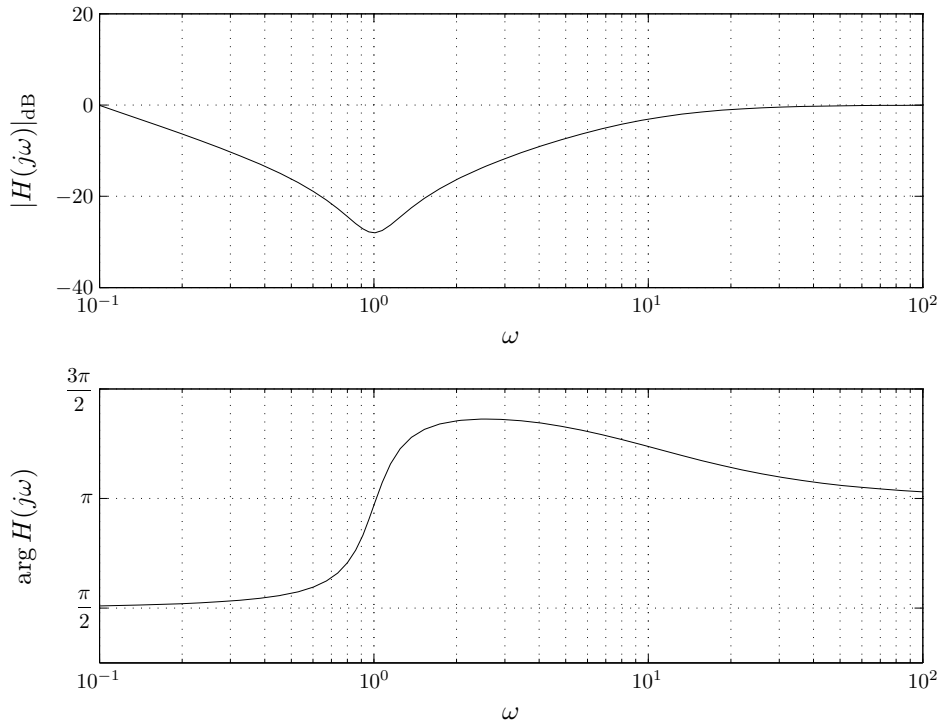


Figure 2:

(5 val) a) Selecciona os **factores elementares** que compõem o diagrama de Bode do sistema:

- | | | | | | | |
|------------------------------------|------------------|--------------------------|----------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|
| 1. polos ou zeros na origem: | nenhum | <input type="checkbox"/> | 1 polo | <input type="checkbox"/> | 2 polos | <input type="checkbox"/> |
| | | | 1 zero | <input type="checkbox"/> | 2 zeros | <input type="checkbox"/> |
| 2. ganho em unidades lineares: | -1 | <input type="checkbox"/> | -0.1 | <input type="checkbox"/> | 0.1 | <input type="checkbox"/> |
| | | | | | 1 | <input type="checkbox"/> |
| 3. polos reais em: | $s = -10$ | <input type="checkbox"/> | $s = -1$ | <input type="checkbox"/> | $s = 10$ | <input type="checkbox"/> |
| 4. zeros reais em: | $s = -10$ | <input type="checkbox"/> | $s = -1$ | <input type="checkbox"/> | $s = 10$ | <input type="checkbox"/> |
| 5. polos complexos conjugados com: | $\omega_n = 0.1$ | <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 1$ | <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 10$ | <input type="checkbox"/> |
| | $\xi = 0.05$ | <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.1$ | <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.2$ | <input type="checkbox"/> |
| 6. zeros complexos conjugados com: | $\omega_n = 0.1$ | <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 1$ | <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 10$ | <input type="checkbox"/> |
| | $\xi = 0.05$ | <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.1$ | <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.2$ | <input type="checkbox"/> |

(1 val) b) Classifique como verdadeira ou falsa a seguinte afirmação:

A resposta do sistema à entrada escalão unitário é descontínua na origem.

Verdadeiro

Falso



Instituto Superior Técnico
Sinais e Sistemas

4º teste – 20 de Dezembro de 2005

Duração da prova: 2 horas

Número: _____
Nome: _____

Parte II

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resolução livre justifique cuidadosamente a sua resposta e apresente todos os cálculos efectuados. Responda a cada um dos problemas em folhas separadas.

Problema 4 (7 val): Considere o sistema contínuo representado na Figura 3, em que $C(s)$ e $G(s)$ representam funções de transferência de sistemas **lineares, invariantes no tempo e causais**, e K é um ganho.

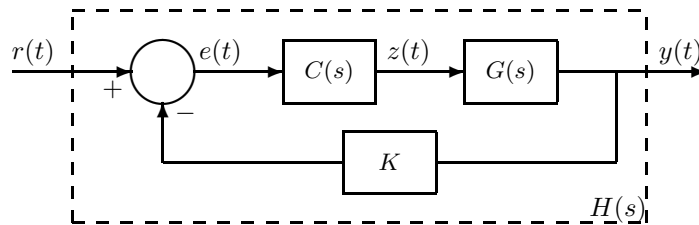


Figure 3:

Sabe-se que:

1. Os sistemas $C(s)$ e $G(s)$ estão inicialmente em repouso.
2. O sistema $C(s)$ é descrito pela equação diferencial

$$\frac{d}{dt}z(t) + az(t) = a\frac{d}{dt}e(t) ,$$

em que $e(t)$ e $z(t)$ representam, respectivamente, os sinais de entrada e de saída, e a é uma constante real.

3. O valor inicial da resposta à entrada escalão unitário do sistema $C(s)$ é

$$z(0^+) = 10 .$$

4. A resposta ao escalão unitário do sistema $G(s)$ é

$$y(t) = 2t^2u_{-1}(t) .$$

- (1 val) a) Determine a função de transferência $G(s)$. Justifique a resposta.
- (1 val) b) Classifique $G(s)$ quanto à estabilidade. Justifique a resposta.
- (2 val) c) Determine a função de transferência $C(s)$. Justifique a resposta.
- (2 val) d) Que condição deve satisfazer K para que o sistema em cadeia fechada seja estável? Justifique a resposta.
- (1 val) e) Por dimensionamento adequado de K , será possível obter um sistema em cadeia fechada com tempo de estabelecimento

$$t_s < 0.1 \text{ s} ?$$

Justifique a resposta.

Problema 5 (4 val): Considere o sistema discreto **linear, invariante no tempo e causal** de que se sabe o seguinte:

1. O sistema é de 1ª ordem com 1 zero, i.e., a função de transferência é da forma

$$H(z) = \frac{z + a}{z + b},$$

em que a e b representam constantes reais.

2. A resposta de frequência do sistema é a representada na Figura 4, de que se desconhecem os parâmetros M na característica de amplitude, e F_1 e F_2 na característica de fase.

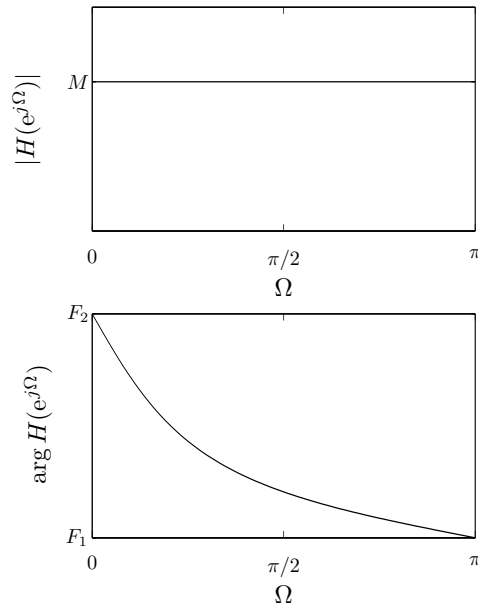


Figure 4:

3. A resposta do sistema em regime estacionário ao sinal de entrada

$$x(n) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{12}n\right) u_{-1}(n)$$

é a representada na Figura 5.

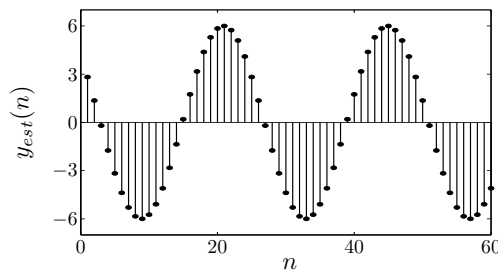


Figure 5:

4. O ganho estático é negativo.

- (2 val) a) Determine os parâmetros M , F_1 e F_2 que caracterizam a resposta de frequência do sistema. Justifique a resposta.
- (2 val) b) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema, e represente o seu mapa polos/zeros. Justifique a resposta.



Instituto Superior Técnico
Sinais e Sistemas

4º teste – 20 de Dezembro de 2005

Duração da prova: 2 horas

Número: _____
Nome: _____

Parte I

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resposta múltipla as respostas têm cotações tais que o valor médio da cotação de respostas dadas ao acaso seja zero. Se o problema não for respondido tem cotação de zero. Se for escolhida mais de uma resposta, a cotação será a soma das cotações das respostas escolhidas.

Problema 1 (1 val): Considere o **SLIT** contínuo **causal** representado na Figura 1, em que

$$C(s) = 5 \frac{s + 20}{s + 1} .$$

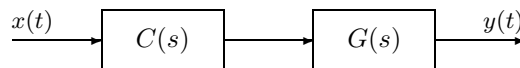


Figure 1:

Selecione a função de transferência $G(s)$ de modo a tornar verdadeira a seguinte afirmação:

A resposta ao escalão unitário do sistema $C(s)$ representa uma boa aproximação da resposta ao escalão unitário da série dos dois sistemas.

i) $G(s) = \frac{1}{s + 20}$

ii) $G(s) = \frac{1}{s + 100}$

iii) $G(s) = \frac{20}{s + 20}$

iv) $G(s) = \frac{100}{s + 100}$

Problema 2 (2 val): Sejam $x(n)$ e $y(n)$, respectivamente, os sinais de entrada e de saída de um sistema discreto, cujas transformadas de Fourier se relacionam pela seguinte equação:

$$Y(e^{j\Omega}) = e^{-j3(\Omega - \frac{\pi}{6})} X(e^{j(\Omega - \frac{\pi}{6})}) .$$

No domínio do tempo, qual a relação entre os sinais de entrada e de saída do sistema?

i) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-3)} x(n-3)$

ii) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}(n-3)} x(n)$

iii) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}n} x(n-3)$

iv) $y(n) = e^{j\frac{\pi}{6}n} x(n)$

Problema 3 (6 val): Na Figura 2 representa-se o diagrama de Bode de um sistema contínuo **linear**, invariante no tempo e causal.

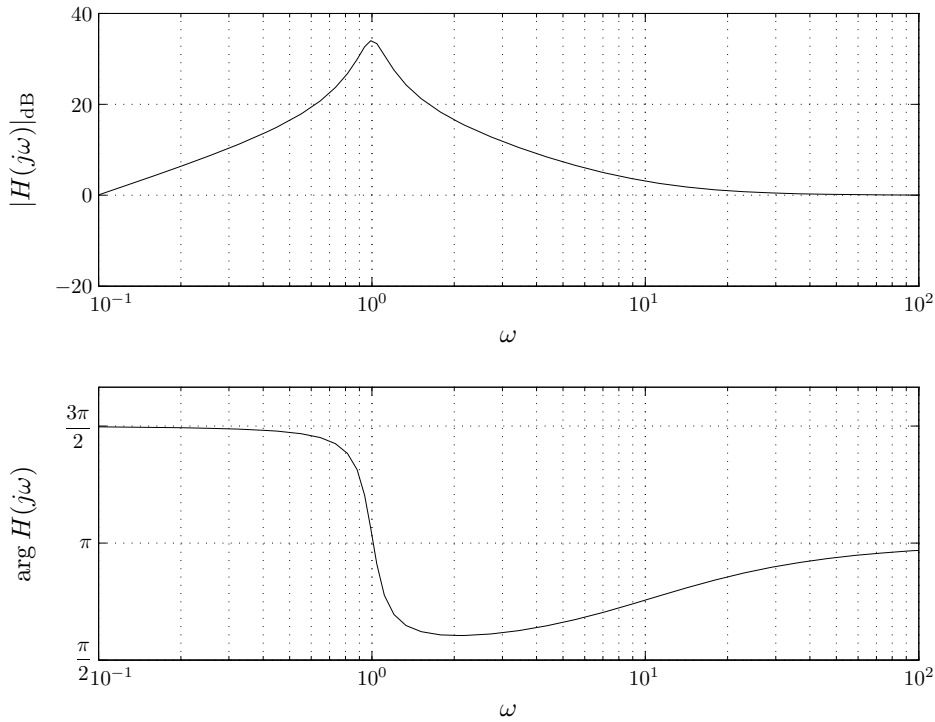


Figure 2:

(5 val) a) Selecciona os **factores elementares** que compõem o diagrama de Bode do sistema:

- | | | | | |
|------------------------------------|---|---|--|-----------------------------|
| 1. polos ou zeros na origem: | nenhum <input type="checkbox"/> | 1 polo <input type="checkbox"/> | 2 polos <input type="checkbox"/> | |
| | | 1 zero <input type="checkbox"/> | 2 zeros <input type="checkbox"/> | |
| 2. ganho em unidades lineares: | -10 <input type="checkbox"/> | -1 <input type="checkbox"/> | 1 <input type="checkbox"/> | 10 <input type="checkbox"/> |
| 3. polos reais em: | $s = -10$ <input type="checkbox"/> | $s = -1$ <input type="checkbox"/> | $s = 10$ <input type="checkbox"/> | |
| 4. zeros reais em: | $s = -10$ <input type="checkbox"/> | $s = -1$ <input type="checkbox"/> | $s = 10$ <input type="checkbox"/> | |
| 5. polos complexos conjugados com: | $\omega_n = 0.1$ <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 1$ <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 10$ <input type="checkbox"/> | |
| | $\xi = 0.1$ <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.2$ <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.3$ <input type="checkbox"/> | |
| 6. zeros complexos conjugados com: | $\omega_n = 0.1$ <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 1$ <input type="checkbox"/> | $\omega_n = 10$ <input type="checkbox"/> | |
| | $\xi = 0.1$ <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.2$ <input type="checkbox"/> | $\xi = 0.3$ <input type="checkbox"/> | |

(1 val) b) Classifique como verdadeira ou falsa a seguinte afirmação:

A resposta do sistema à entrada escalão unitário é contínua na origem.

Verdadeiro Falso



Instituto Superior Técnico
Sinais e Sistemas

4º teste – 20 de Dezembro de 2005

Duração da prova: 2 horas

Número: _____
Nome: _____

Parte II

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resolução livre justifique cuidadosamente a sua resposta e apresente todos os cálculos efectuados. Responda a cada um dos problemas em folhas separadas.

Problema 4 (7 val): Considere o sistema contínuo representado na Figura 3, em que $C(s)$ e $G(s)$ representam funções de transferência de sistemas **lineares, invariantes no tempo e causais**, e K é um ganho.

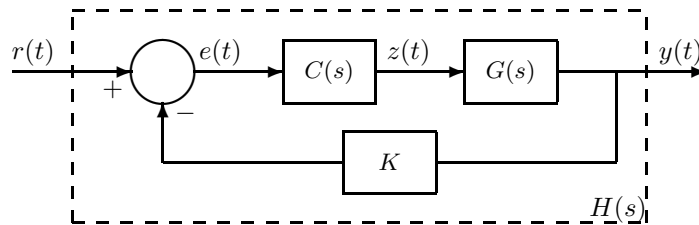


Figure 3:

Sabe-se que:

1. Os sistemas $C(s)$ e $G(s)$ estão inicialmente em repouso.
2. O sistema $C(s)$ é descrito pela equação diferencial

$$\frac{d}{dt}z(t) + az(t) = a\frac{d}{dt}e(t) ,$$

em que $e(t)$ e $z(t)$ representam, respectivamente, os sinais de entrada e de saída, e a é uma constante real.

3. O valor inicial da resposta à entrada escalão unitário do sistema $C(s)$ é

$$z(0^+) = 4 .$$

4. A resposta ao escalão unitário do sistema $G(s)$ é

$$y(t) = 5t^2u_{-1}(t) .$$

- (1 val) a) Determine a função de transferência $G(s)$. Justifique a resposta.
- (1 val) b) Classifique $G(s)$ quanto à estabilidade. Justifique a resposta.
- (2 val) c) Determine a função de transferência $C(s)$. Justifique a resposta.
- (2 val) d) Que condição deve satisfazer K para que o sistema em cadeia fechada seja estável? Justifique a resposta.
- (1 val) e) Por dimensionamento adequado de K , será possível obter um sistema em cadeia fechada com tempo de estabelecimento

$$t_s < 0.5 \text{ s} ?$$

Justifique a resposta.

Problema 5 (4 val): Considere o sistema discreto **linear, invariante no tempo e causal** de que se sabe o seguinte:

1. O sistema é de 1ª ordem com 1 zero, i.e., a função de transferência é da forma

$$H(z) = \frac{z + a}{z + b},$$

em que a e b representam constantes reais.

2. A resposta de frequência do sistema é a representada na Figura 4, de que se desconhecem os parâmetros M na característica de amplitude, e F_1 e F_2 na característica de fase.

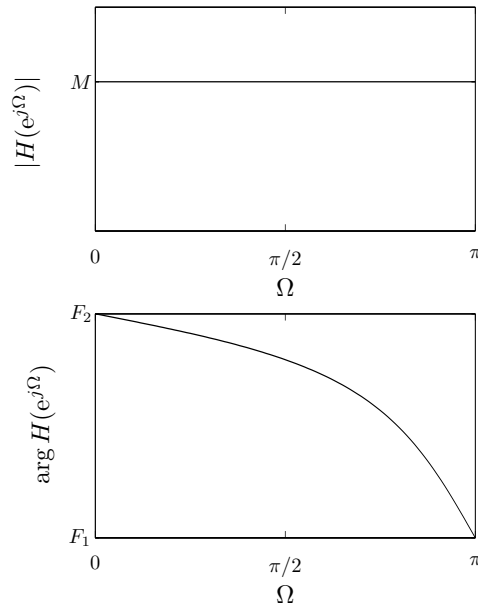


Figure 4:

3. A resposta do sistema em regime estacionário ao sinal de entrada

$$x(n) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{12}n\right) u_{-1}(n)$$

é a representada na Figura 5.

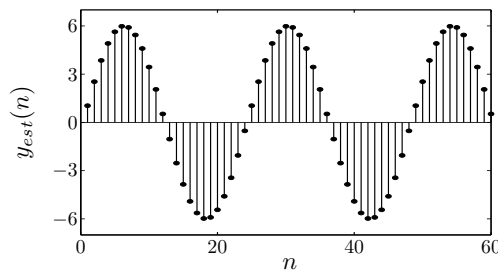


Figure 5:

4. O ganho estático é positivo.

- (2 val) a) Determine os parâmetros M , F_1 e F_2 que caracterizam a resposta de frequência do sistema. Justifique a resposta.
- (2 val) b) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema, e represente o seu mapa polos/zeros. Justifique a resposta.