Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas

4^{o} **teste – 23 de Junho de 2005**

Duração da prova: 2 horas

Número: ________

Nome: ________________________

Parte I

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resposta múltipla as respostas têm cotações tais que o valor médio da cotação de respostas dadas ao acaso seja zero. Se o problema não fôr respondido tem cotação de zero. Se fôr escolhida mais de uma resposta, a cotação será a soma das cotações das respostas escolhidas.

Problema 1 (2 val): Considere o **SLIT** discreto **causal** descrito pela equação às diferenças

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = 4x(n) - 2x(n-1)$$

(1 val) a) Qual é a função de transferência do sistema?

i) $H(z) = \dfrac{-2z\left(z-\dfrac{5}{2}\right)}{z^2+2z-3}$ ☐ **ii)** $H(z) = \dfrac{4\left(z-\dfrac{1}{2}\right)}{z^2-3z+2}$ ☐ **iii)** $H(z) = \dfrac{4z\left(z-\dfrac{1}{2}\right)}{z^2-3z+2}$ ☐

(1 val) b) Quais as condições iniciais que deve impôr para que na resposta ao escalão unitário se tenha

$$y(0) = 1 \qquad y(1) = 3 \ ?$$

i) $y(-1) = 1$ ☐

ii) $y(-1) = 1 \;\; y(-2) = 3$ ☐

iii) $y(-1) = 1 \;\; y(-2) = 2$ ☐

iv) $y(-1) = 0 \;\; y(-2) = 0$ ☐

Problema 2 (2 val): Considere

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)\cos\left(\frac{\pi}{3}k\right) \quad .$$

O espectro do sinal $x(n)$ é

$$X\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = \mathrm{e}^{-j3\Omega} \quad .$$

Qual é o espectro de $y(n)$?

i) $Y\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = \dfrac{\mathrm{e}^{-j3\Omega}}{1-\mathrm{e}^{-j\Omega}} + \pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

ii) $Y\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = -\dfrac{\mathrm{e}^{-j3\Omega}}{1-\mathrm{e}^{-j\Omega}}$ ☐

iii) $Y\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = -\dfrac{\mathrm{e}^{-j3\Omega}}{1-\mathrm{e}^{-j\Omega}} - \pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

iv) $Y\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = \pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

Problema 3 (4 val): Na Figura 1 representa-se o mapa polos/zeros e a resposta ao escalão unitário de um **SLIT causal** discreto.

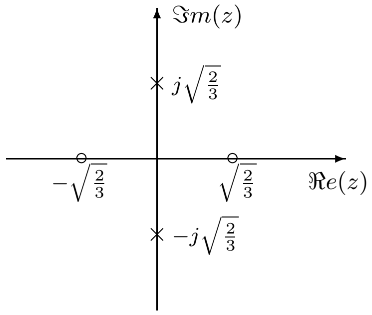

Figure 1:

(1 val) a) Qual é a função de transferência do sistema?

i) $H(z) = -10\dfrac{z^2 - \frac{2}{3}}{z^2 + \frac{2}{3}}$ ☐ **ii)** $H(z) = \dfrac{z^2}{\left(z - \frac{1}{2}\right)^2}$ ☐ **iii)** $H(z) = -\dfrac{2}{5}\dfrac{z^2 + \frac{2}{3}}{z^2 - \frac{2}{3}}$ ☐

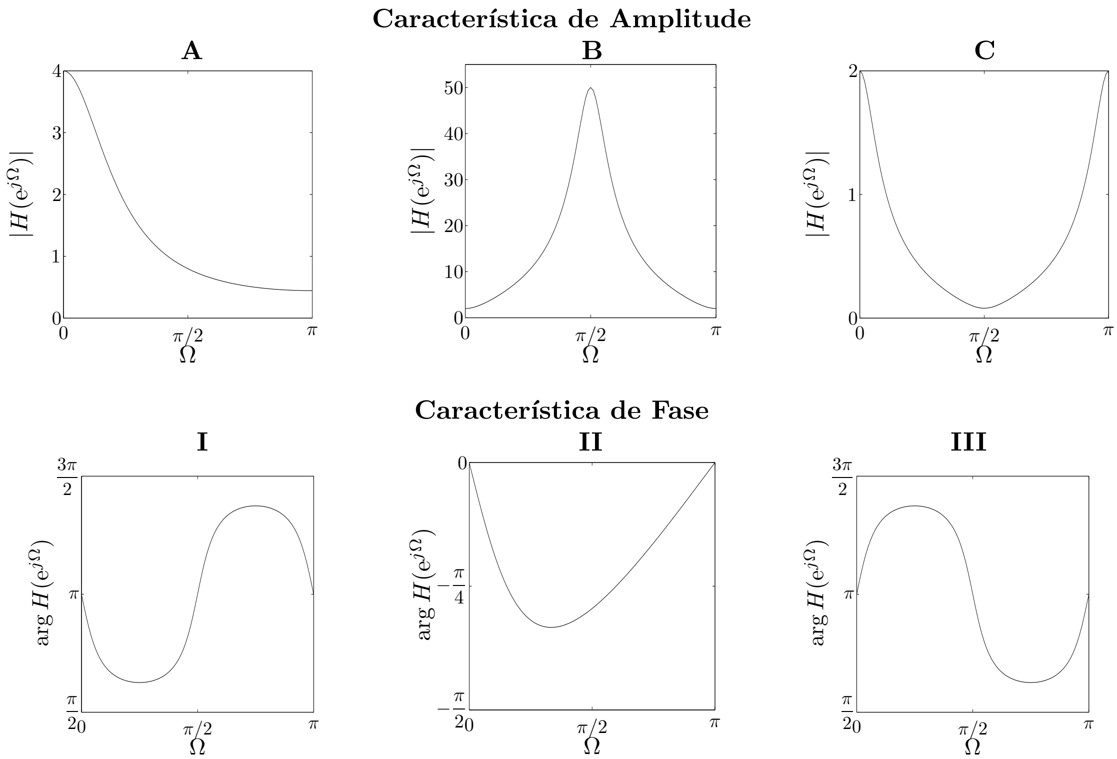

Figure 2:

(1 val) b) Seleccione na Figura 2 a **característica de amplitude** da resposta de frequência do sistema:

A ☐ **B** ☐ **C** ☐

(2 val) c) Seleccione na Figura 2 a **característica de fase** da resposta de frequência do sistema:

I ☐ **II** ☐ **III** ☐

Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas

4º **teste – 23 de Junho de 2005**

Duração da prova: 2 horas

Número: ________

Nome: ________________________

Parte II

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resolução livre justifique cuidadosamente a sua resposta e apresente todos os cálculos efectuados. Responda a cada um dos problemas em folhas separadas.

Problema 4 (8 val): Considere o sistema contínuo **linear**, **invariante no tempo** e **causal** representado na Figura 3, em que $H(s)$ representa a função de transferência do sistema em cadeia fechada.

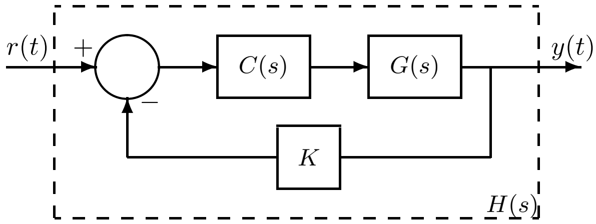

Figure 3:

Sabe-se que:

1. A função de transferência $C(s)$ é da forma

$$C(s) = \frac{s+a}{s+b} \ ,$$

em que a e b representam constantes reais.

2. O sistema $G(s)$ é de 2ª ordem sem zeros.

3. A resposta ao escalão unitário do sistema $G(s)$ é caracterizada por:
   - ganho estático: 102
   - sobre-elevação: 100 %
   - frequência das oscilações: $\frac{1}{\sqrt{102}}$ rad/s.

4. K representa um ganho real.

5. A resposta de frequência do sistema em cadeia fechada, $H(s)$, é a representada na Figura 4. Sabe-se, ainda, que as frequências associadas aos polos e/ou zeros do sistema são da forma 10^n, com n inteiro, e que os polos são todos reais.

(2 val) a) Determine a função de transferência $G(s)$. Justifique a resposta.

(1 val) b) Classifique $G(s)$ quanto à estabilidade. Justifique a resposta.

(2 val) c) Determine a função de transferência $H(s)$. Justifique a resposta.

(1 val) d) Qual é a resposta em regime estacionário de $H(s)$ ao sinal de entrada

$$r(t) = [1 + \sin(t)]\, u_{-1}(t) \ \ ?$$

Justifique a resposta.

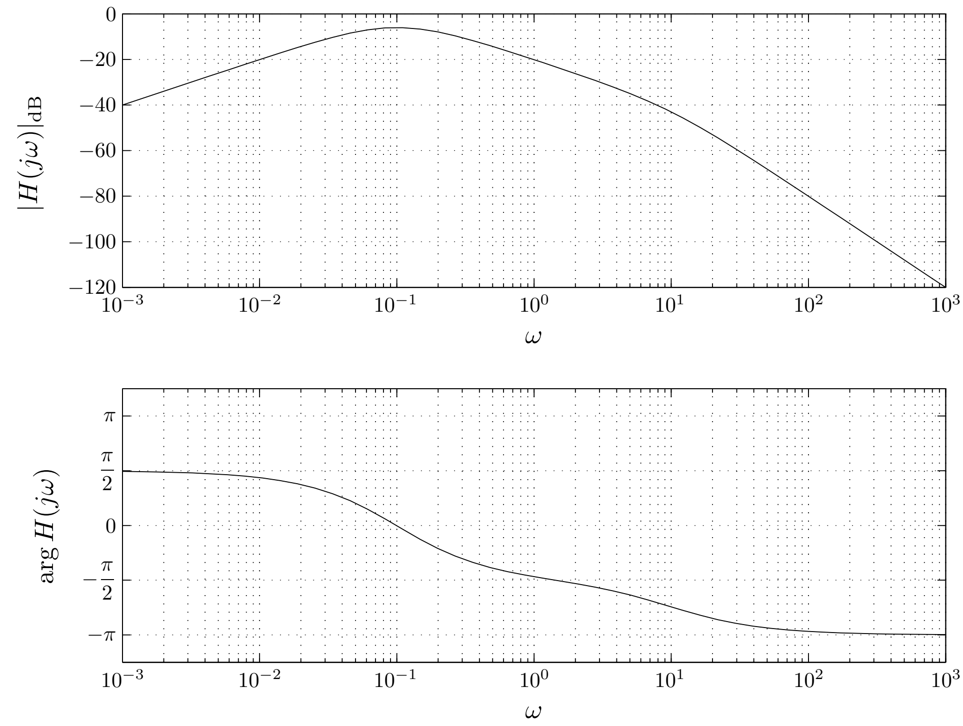

Figure 4:

(2 val) e) Determine a função de transferência $C(s)$ e o ganho K. Justifique a resposta.

Nota: Se não respondeu às alíneas **a)** e/ou **c)** considere

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + \frac{5}{6}} \qquad \text{e} \qquad H(s) = \frac{100s}{(s+1)^2(s+10)}$$

na resolução da alínea **e)**.

Problema 5 (4 val): Seja

$$y(t) = x(t)\mathrm{e}^{x(t)}$$

a saída de um sistema contínuo ao sinal de entrada $x(t)$.

(1 val) a) O sistema é linear? Justifique a resposta.

(1 val) b) O sistema é estável? Justifique a resposta.

(2 val) c) Admita que o sinal de entrada $x(t)$ é par. O sinal de saída é

1. um sinal par,
2. um sinal ímpar,
3. nem uma coisa nem outra?

Justifique a resposta.

Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas

4^{o} **teste – 23 de Junho de 2005**

Duração da prova: 2 horas

Número: ________

Nome: ________________________

Parte I

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resposta múltipla as respostas têm cotações tais que o valor médio da cotação de respostas dadas ao acaso seja zero. Se o problema não fôr respondido tem cotação de zero. Se fôr escolhida mais de uma resposta, a cotação será a soma das cotações das respostas escolhidas.

Problema 1 (2 val): Considere o **SLIT** discreto **causal** descrito pela equação às diferenças

$$y(n) + 2y(n-1) - 3y(n-2) = -2x(n) + 5x(n-1)$$

(1 val) a) Qual é a função de transferência do sistema?

i) $H(z) = \dfrac{-2z\left(z - \dfrac{5}{2}\right)}{z^2 + 2z - 3}$ ☐ **ii)** $H(z) = \dfrac{-2\left(z - \dfrac{5}{2}\right)}{z^2 + 2z - 3}$ ☐ **iii)** $H(z) = \dfrac{4z\left(z - \dfrac{1}{2}\right)}{z^2 - 3z + 2}$ ☐

(1 val) b) Quais as condições iniciais que deve impôr para que na resposta ao escalão unitário se tenha

$$y(0) = 2 \qquad y(1) = 2 \ ?$$

i) $y(-1) = 1$ ☐

ii) $y(-1) = 1 \;\; y(-2) = 3$ ☐

iii) $y(-1) = 1 \;\; y(-2) = 2$ ☐

iv) $y(-1) = 0 \;\; y(-2) = 0$ ☐

Problema 2 (2 val): Considere

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)\cos\left(\frac{\pi}{3}k\right) \quad .$$

O espectro do sinal $x(n)$ é

$$X\left(e^{j\Omega}\right) = e^{-j6\Omega} \quad .$$

Qual é o espectro de $y(n)$?

i) $Y\left(e^{j\Omega}\right) = \dfrac{e^{-j6\Omega}}{1 - e^{-j\Omega}} + \pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

ii) $Y\left(e^{j\Omega}\right) = \dfrac{e^{-j6\Omega}}{1 - e^{-j\Omega}}$ ☐

iii) $Y\left(e^{j\Omega}\right) = -\dfrac{e^{-j6\Omega}}{1 - e^{-j\Omega}} - \pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

iv) $Y\left(e^{j\Omega}\right) = -\pi \displaystyle\sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - 2\pi\ell)$ ☐

Problema 3 (4 val): Na Figura 1 representa-se o mapa polos/zeros e a resposta ao escalão unitário de um **SLIT causal** discreto.

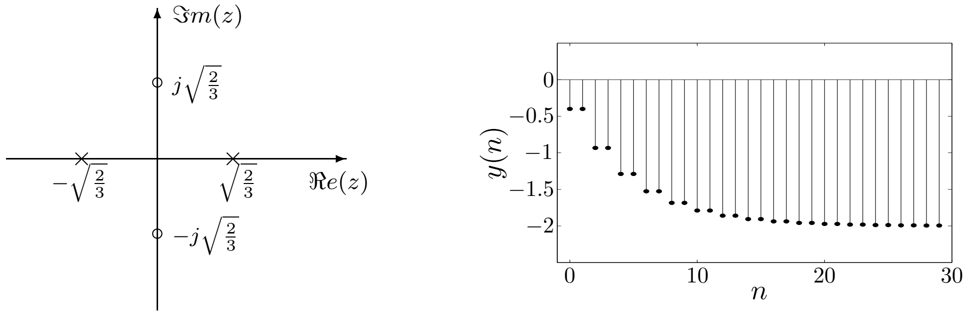

Figure 1:

(1 val) a) Qual é a função de transferência do sistema?

i) $H(z) = -10\dfrac{z^2 - \frac{2}{3}}{z^2 + \frac{2}{3}}$ ☐ **ii)** $H(z) = \dfrac{z^2}{\left(z - \frac{1}{2}\right)^2}$ ☐ **iii)** $H(z) = -\dfrac{2}{5}\dfrac{z^2 + \frac{2}{3}}{z^2 - \frac{2}{3}}$ ☐

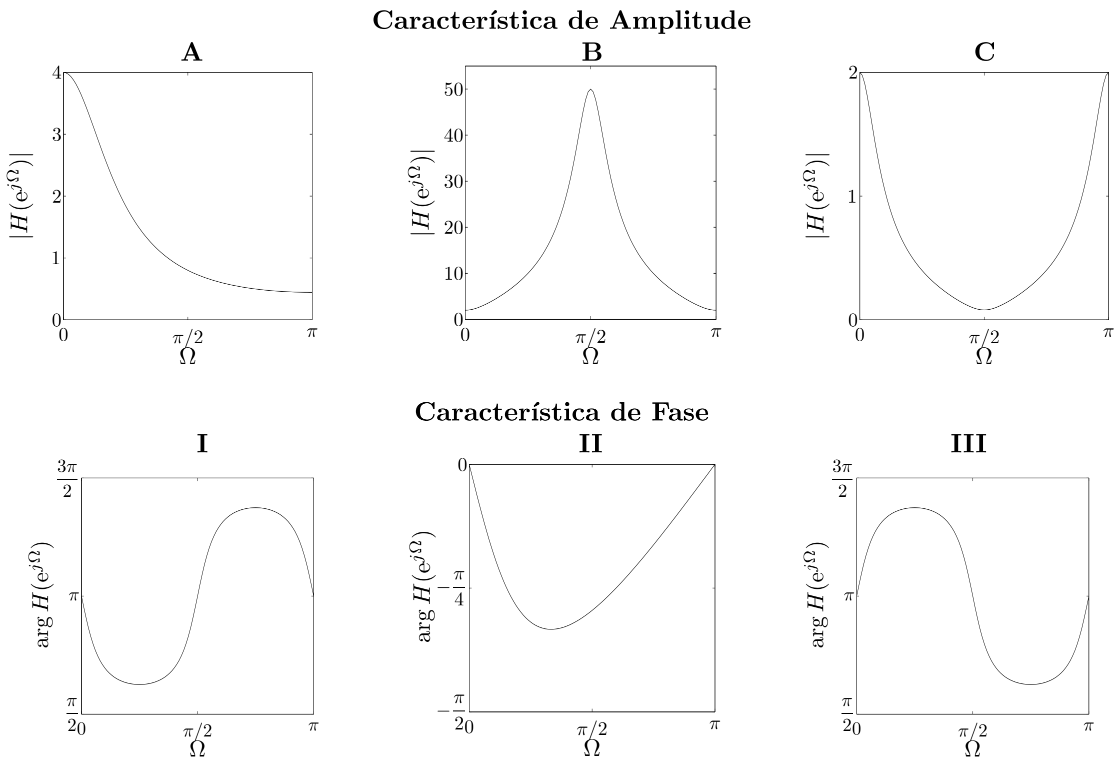

Figure 2:

(1 val) b) Seleccione na Figura 2 a **característica de amplitude** da resposta de frequência do sistema:

A ☐ **B** ☐ **C** ☐

(2 val) c) Seleccione na Figura 2 a **característica de fase** da resposta de frequência do sistema:

I ☐ **II** ☐ **III** ☐

Instituto Superior Técnico

Sinais e Sistemas

4^{o} **teste – 23 de Junho de 2005**

Duração da prova: 2 horas

Número: ________

Nome: ______________________

Parte II

O teste tem uma parte de resposta múltipla (Parte I) e uma parte de resolução livre (Parte II)

Nos problemas de resolução livre justifique cuidadosamente a sua resposta e apresente todos os cálculos efectuados. Responda a cada um dos problemas em folhas separadas.

Problema 4 (8 val): Considere o sistema contínuo **linear**, **invariante no tempo** e **causal** representado na Figura 3, em que $H(s)$ representa a função de transferência do sistema em cadeia fechada.

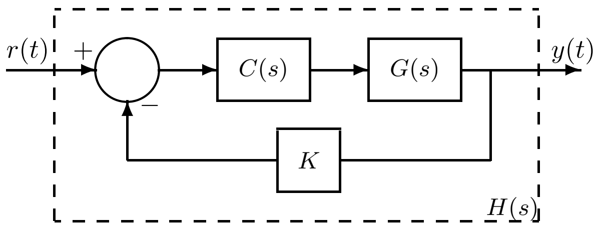

Figure 3:

Sabe-se que:

1. A função de transferência $C(s)$ é da forma
$$C(s) = \frac{s+a}{s+b} \ ,$$
em que a e b representam constantes reais.
2. O sistema $G(s)$ é de 2^{a} ordem sem zeros.
3. A resposta ao escalão unitário do sistema $G(s)$ é caracterizada por:
   - ganho estático: 102
   - sobre-elevação: 100 %
   - frequência das oscilações: $\frac{1}{\sqrt{102}}$ rad/s.
4. K representa um ganho real.
5. A resposta de frequência do sistema em cadeia fechada, $H(s)$, é a representada na Figura 4. Sabe-se, ainda, que as frequências associadas aos polos e/ou zeros do sistema são da forma 10^n, com n inteiro, e que os polos são todos reais.

(2 val) a) Determine a função de transferência $G(s)$. Justifique a resposta.

(1 val) b) Classifique $G(s)$ quanto à estabilidade. Justifique a resposta.

(2 val) c) Determine a função de transferência $H(s)$. Justifique a resposta.

(1 val) d) Qual é a resposta em regime estacionário de $H(s)$ ao sinal de entrada
$$r(t) = [1 + \sin(t)]\, u_{-1}(t) \ \ ?$$
Justifique a resposta.

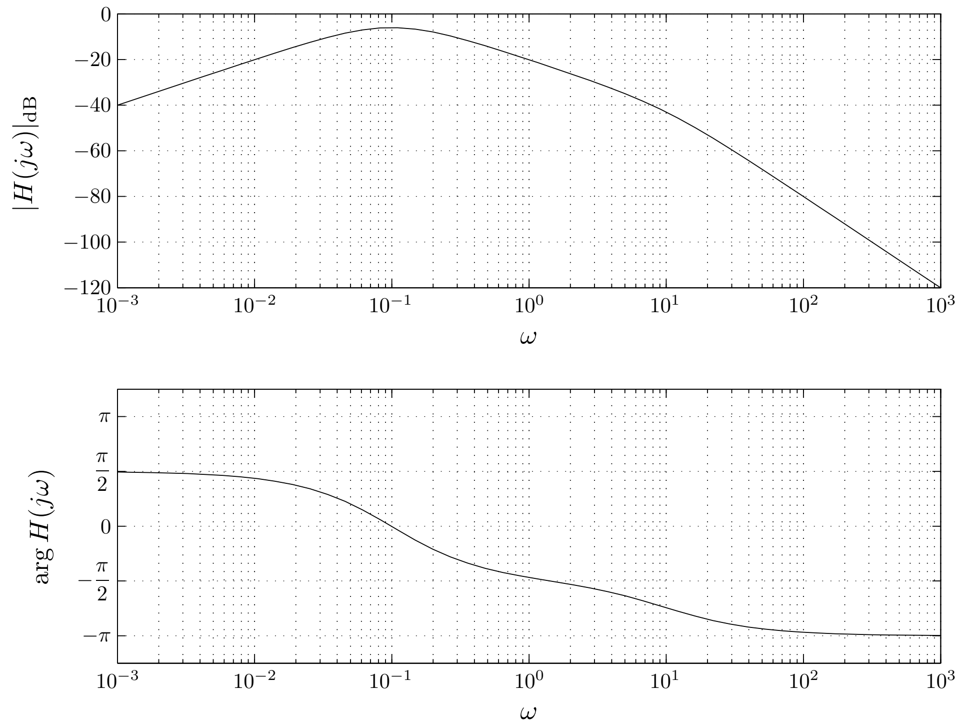

Figure 4:

(2 val) e) Determine a função de transferência $C(s)$ e o ganho K. Justifique a resposta.

Nota: Se não respondeu às alíneas **a)** e/ou **c)** considere

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + \frac{5}{6}} \qquad \text{e} \qquad H(s) = \frac{100s}{(s+1)^2(s+10)}$$

na resolução da alínea **e)**.

Problema 5 (4 val): Seja

$$y(t) = x(t)\mathrm{e}^{x(t)}$$

a saída de um sistema contínuo ao sinal de entrada $x(t)$.

(1 val) a) O sistema é linear? Justifique a resposta.

(1 val) b) O sistema é estável? Justifique a resposta.

(2 val) c) Admita que o sinal de entrada $x(t)$ é par. O sinal de saída é

1. um sinal par,
2. um sinal ímpar,
3. nem uma coisa nem outra?

Justifique a resposta.