

Sinais e Sistemas

1ª aula prática

1. Expresse os seguintes números complexos na forma cartesiana e determine o seu módulo, inverso e conjugado:

$$i) \frac{1}{2}e^{j9\pi/4} \quad ii) \frac{\sqrt{2}}{2}(e^{j\pi/4} + e^{j3\pi/4}) + e^{-j\pi} \quad iii) j(\sqrt{8} + j)e^{j3\pi/2}$$

2. Expresse os seguintes números complexos na forma polar, determine o seu módulo, inverso e conjugado, e represente-os no plano complexo:

$$i) -4 \quad ii) j(1 + j5) \quad iii) \frac{\sqrt{3} + j^3}{1 + j}$$

3. Expresse os seguintes números complexos na forma cartesiana:

$$i) j \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}e^{-j\pi/4} - \frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4} \quad ii) \frac{j}{-1 + j} \quad iii) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2}\right)^6$$

4. Determine as soluções das seguintes equações:

$$i) x^2 = 1 - j\sqrt{3} \quad ii) x^3 = 1 + j \quad iii) x^4 = -10j$$

5. Calcule as seguintes expressões:

$$i) \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad ii) \sum_{n=6}^{+\infty} \left(j\frac{1}{2}\right)^n \quad iii) \sum_{n=2}^{13} \frac{1}{2^n} e^{j\frac{\pi}{2}n}$$
$$iv) \sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{-n} e^{j\frac{\pi}{2}(n-4)} \quad v) \sum_{n=-\infty}^3 2^n \quad vi) \sum_{n=-\infty}^3 (-j2)^{n-2}$$

6. Mostre que as seguintes expressões são verdadeiras:

$$i) \int_{-3}^3 |x|e^{-x^2} dx = \int_0^9 e^{-x} dx$$

$$ii) \int_2^4 e^{t-\tau/2} \sin(-t - \tau/2) d\tau = \int_{t-2}^{t-1} 2e^\tau \sin(-2t + \tau) d\tau$$

$$iii) \sum_{k=3}^n (k-5)^2 = \sum_{k=-2}^{n-5} k^2$$

$$iv) \sum_{k=-1}^5 3^k e^{j\pi(n-k)} = 3^n \sum_{k=n-5}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^k e^{j\pi k}$$

7. Sejam z , z_1 e z_2 números complexos arbitrários. Mostre que as seguintes expressões são verdadeiras:

$$i) \quad z + z^* = 2\Re\{z\}$$

$$ii) \quad zz^* = |z|^2$$

$$iii) \quad \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^* = \frac{z_1^*}{z_2^*}$$

$$iv) \quad z_1 z_2^* - z_1^* z_2 = -j2\Im\{z_1^* z_2\}$$

8. Expanda em frações simples as seguintes funções racionais:

$$i) \quad \frac{4x + 8}{x^2 + 12x + 35}$$

$$ii) \quad \frac{2}{x^2 + 6x + 13}$$

$$iii) \quad \frac{3x^2 + 21x + 30}{x^2 + 4x + 3}$$

9. Seja

$$y_1(t) = x_1\left(\frac{t}{2} + 3\right)$$

$$y_2(t) = x_2\left(\frac{t}{2} + 3\right) .$$

Sabendo que

$$x_2(t) = x_1(t + T) ,$$

diga, justificando, se

$$y_2(t) = y_1(t + T)$$

é verdadeiro ou falso.

10. Seja

$$y(t) = 2x(t) + x(2t - 1)$$

$$y_1(t) = 2x_1(t) + x_1(2t - 1)$$

$$y_2(t) = 2x_2(t) + x_2(2t - 1)$$

Sabendo que

$$x(t) = ax_1(t) + bx_2(t) ,$$

diga, justificando, se

$$y(t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

é verdadeiro ou falso.

11. Seja

$$x(3t + 4) = 2t + 7 .$$

Determine $x(t)$.

12. Seja

$$x(t) = \begin{cases} e^{-2t} & ; t > 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$$

e

$$y(t) = \begin{cases} 1 & ; t > 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases} .$$

Determine

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau .$$

13. Sabe-se que

$$\forall t \in \mathbb{R}, |x(t)| < B .$$

Diga, justificando, se

$$\exists C > 0 : |tx(t)| < C$$

é verdadeiro ou falso.

Soluções:

1. *i)* $\frac{1}{2}e^{j9\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{4} + j\frac{\sqrt{2}}{4}$ módulo: $\frac{1}{2}$
inverso: $\frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4}$
conjugado: $\frac{\sqrt{2}}{4} - j\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ii)* $\frac{\sqrt{2}}{2}(e^{j\pi/4} + e^{j3\pi/4}) + e^{-j\pi} = -1 + j$ módulo: $\sqrt{2}$
inverso: $-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}$
conjugado: $-1 - j$
- iii)* $j(\sqrt{8} + j)e^{j3\pi/2} = \sqrt{8} + j$ módulo: 3
inverso: $\frac{\sqrt{8}}{9} - j\frac{1}{9}$
conjugado: $\sqrt{8} - j$
2. *i)* $-4 = 4e^{j\pi}$ módulo: 4
inverso: $\frac{1}{4}e^{-j\pi}$
conjugado: $4e^{-j\pi}$

$$\begin{array}{ll}
 ii) \quad j(1+j5) = \sqrt{26}e^{j2.9442} & \text{módulo: } \sqrt{26} \\
 & \text{inverso: } \frac{1}{\sqrt{26}}e^{-j2.9442} \\
 & \text{conjugado: } \sqrt{26}e^{-j2.9442}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 iii) \quad \frac{\sqrt{3}+j^3}{1+j} = \sqrt{2}e^{-j\frac{5\pi}{12}} & \text{módulo: } \sqrt{2} \\
 & \text{inverso: } \frac{1}{\sqrt{2}}e^{j\frac{5\pi}{12}} \\
 & \text{conjugado: } \sqrt{2}e^{j\frac{5\pi}{12}}
 \end{array}$$

$$3. \quad i) \quad 0 \qquad ii) \quad \frac{1}{2} - j\frac{1}{2} \qquad iii) \quad -1$$

$$\begin{array}{l}
 4. \quad i) \quad x = \left\{ \sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{6}} ; \sqrt{2}e^{j\frac{5\pi}{6}} \right\} \\
 ii) \quad x = \left\{ \sqrt[6]{2}e^{j\frac{\pi}{12}} ; \sqrt[6]{2}e^{j\frac{3\pi}{4}} ; \sqrt[6]{2}e^{-j\frac{7\pi}{12}} \right\} \\
 iii) \quad x = \left\{ \sqrt[4]{10}e^{-j\frac{5\pi}{8}} ; \sqrt[4]{10}e^{-j\frac{\pi}{8}} ; \sqrt[4]{10}e^{j\frac{3\pi}{8}} ; \sqrt[4]{10}e^{j\frac{7\pi}{8}} \right\}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 5. \quad i) \quad \frac{4}{3} & ii) \quad -\frac{1}{80} \left(1 + j\frac{1}{2} \right) & iii) \quad \frac{1-2^{12}}{5 \cdot 2^{12}} \left(1 + j\frac{1}{2} \right) \\
 iv) \quad \infty & v) \quad 2^4 & vi) \quad \frac{4}{5} - j\frac{8}{5}
 \end{array}$$

$$8. \quad i) \quad \frac{-6}{x+5} + \frac{10}{x+7} \qquad ii) \quad \frac{j1/2}{x+3+j2} + \frac{-j1/2}{x+3-j2} \qquad iii) \quad 3 + \frac{6}{x+1} + \frac{3}{x+3}$$

9. É falso.

10. É verdadeiro.

$$11. \quad x(t) = \frac{2}{3}t + \frac{13}{3}.$$

$$12. \quad y(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - e^{-2t}) & ; t > 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}.$$

13. É falso.