Sinais e Sistemas – 3º trabalho de laboratório
Amostragem. Controlo dum motor.

1 Introdução

Neste trabalho irá abordar dois temas:

- Em primeiro lugar, irá verificar experimentalmente vários dos factos que estudou relativamente à amostragem de sinais de tempo contínuo.
- Em segundo lugar, irá controlar, através duma malha de realimentação, um motor eléctrico simulado em computador. Ao fazer isso, terá oportunidade de aplicar vários dos conhecimentos que adquiriu sobre as transformadas de Fourier e de Laplace.

Preparação Prévia

2 Amostragem

Considere o sinal $x_c(t) = \cos(10\pi t)$. Admita que este sinal é amostrado com um período de amostragem T. Indique a gama de valores de T para a qual são respeitadas as condições do Teorema da Amostragem.

3 Controlo dum motor eléctrico

Nesta parte do trabalho irá identificar os parâmetros dum motor eléctrico simulado em computador, e em seguida irá controlá-lo através duma malha de realimentação.

O ângulo rodado pelo eixo do motor em cada instante, relativamente à posição de repouso, será representado pelo sinal $\beta(t)$. No motor existem, essencialmente, dois binários.[1] Um é o produzido, por via electromagnética, pela corrente eléctrica $i(t)$ que atravessa o motor. Este binário é proporcional à intensidade da corrente eléctrica, sendo dado por $Ki(t)$. O outro binário, devido ao atrito, é dado por $-D\beta'(t)$, em que $\beta'(t)$ é a derivada de $\beta(t)$, ou seja, a velocidade angular do motor. Designando por J o momento de inércia do motor, a equação diferencial que rege o movimento deste é

$$J\beta''(t) = Ki(t) - D\beta'(t).$$

Neste trabalho ir-se-á controlar o motor através da malha de realimentação ilustrada na Fig. 1. Nesta figura, $\alpha(t)$, a entrada do sistema, indica o ângulo que se pretende que o motor rode, em função do tempo. O módulo marcado com "d/dt" é um diferenciador que fornece à saída a velocidade angular do motor.[2] Os coeficientes A e B são parâmetros (constantes) que irão ser escolhidos de forma a controlar adequadamente o motor. Ir-se-á admitir que $J = 4$ e $K = 100$.

Determine a função de transferência $H(s)$ do sistema da Fig. 1, $\alpha(t) \to \beta(t)$, em função de A, B e D. Indique a expressão de $H(s)$ e se a respectiva região de convergência é todo o plano, um semiplano direito, um semiplano esquerdo ou uma faixa vertical. Admita, a partir de agora, que $D = 2$.

[1] Recorde que "binário" é um conceito de Mecânica que pode ser descrito, em termos informais, por "força de rotação".

[2] Numa situação real, essa velocidade seria medida por um sensor de velocidade angular. No modelo que utilizamos no computador, a velocidade é obtida derivando o ângulo $\beta(t)$ em ordem ao tempo.

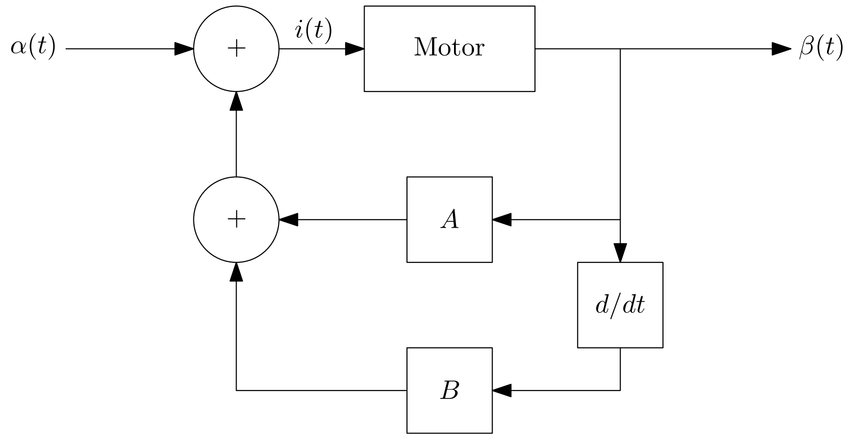

Figura 1: Sistema de controlo do motor.

3.1 Motor em malha aberta

Admita que $A = B = 0$, situação correspondente a não haver realimentação, frequentemente designada por *malha aberta*.

Considere a entrada $\alpha(t)$ igual ao degrau unitário $u(t)$.

1. Determine e indique a expressão da resposta do sistema, *i.e.*, do ângulo rodado pelo motor $\beta(t)$.
2. Determine e indique a expressão da velocidade angular do motor, $\beta(t)'$.

   Note que, em malha aberta, $i(t) = \alpha(t)$. Portanto, a resposta que determinou é a resposta do motor quando se aplica, a partir do instante $t = 0$, uma corrente de intensidade constante, igual a 1.
3. Explique em termos físicos, por palavras suas, o comportamento do ângulo do motor em malha aberta.

3.2 Controlo do motor

Considere agora a malha fechada, *i.e.*, A e B genéricos.

1. Uma das condições que se pretende que o sistema cumpra é que, se o valor desejado do ângulo, $\alpha(t)$, for constante para todo o t, se tenha $\beta(t) = \alpha(t)$, ou seja, que nesse caso não haja erro entre a posição do motor e o valor desejado. Indique como se traduz esta condição em termos de $H(s)$.
2. A condição indicada no item anterior é verificada desde que um dos parâmetros de realimentacao, A ou B, seja escolhido adequadamente. Indique qual é esse parâmetro, e qual deve ser o seu valor.

   A partir de agora, esse parâmetro será designado por X, e o valor que foi determinado para ele será designado por X_0. O parâmetro cujo valor ainda não foi determinado será designado por Y.
3. Para $X = X_0$, e admitindo que o sistema é estável, indique o valor final de $\beta(t)$ quando $\alpha(t) = u(t)$.
4. Para $X = X_0$, indique os valores do parâmetro Y para os quais o sistema é estável e $H(s)$ tem:

   (a) Dois pólos complexos conjugados.

   (b) Um pólo duplo. O valor de Y correspondente a este caso será designado por Y_0.

   (c) Dois pólos reais.
5. Variando o parâmetro Y consegue-se um efeito equivalente a variar o atrito do motor. Explique porquê.

Trabalho Experimental

4 Inicialização

Para iniciar o seu trabalho, proceda da seguinte forma:

- Abra a pasta `LabSS`, que deverá estar localizada no "Desktop" do computador. Dentro desta pasta, abra a pasta `WinPython-32bit-3.3.3.3`.
- Faça duplo clique no ficheiro `Spyder` (ou `Spyder.exe`). Não confunda com o ficheiro `Spyder (light)`, que não é o que se pretende utilizar.
- Ao fim de algum tempo, deverá aparecer uma janela com o título "Spyder (Python 3.3)".
- Ao fim de mais algum tempo, deverá aparecer nessa janela algum texto, que termina numa linha com "In [1]:".
- Introduza nessa linha a instrução `run -i lab3a` seguida de "Enter" (mudança de linha), para preparar o sistema para a realização do 2º trabalho de laboratório.
- Deverá aparecer o texto "Sinais e Sistemas - 3º trabalho de laboratório - Amostragem: inicialização concluída.", seguido duma linha com "In [2]:".
- O sistema está pronto para a realização do trabalho. Deverá proceder como se indica nas secções seguintes.

5 Amostragem

1. Execute os seguintes passos:

   (a) Defina uma variável de tempo com a duração de 4 segundos, através do comando `t = timevar(4)`.

   (b) Crie um sinal sinusoidal através do comando `xc = cos(10*pi*t)`.

   (c) Visualize o gráfico desse sinal através do comando `tplot(xc)`. Faça zoom para verificar que se trata de facto duma sinusóide com a frequência 10π.

   (d) Amostre esse sinal com um período de amostragem de 0.01, através do comando `xd = sample(xc,0.01)`.

   (e) Visualize o sinal amostrado através do comando `dplot(xd)` (note que o comando para visualizar sinais de tempo discreto usa a função `dplot`, e não a função `tplot`). Faça zoom do gráfico para poder observá-lo melhor.

   Nota: Para ver simultaneamente dois gráficos em janelas diferentes, por exemplo os de `xc` *e* `xd`*, proceda da seguinte forma: dê o comando* `tplot(xc)`*; abra uma nova janela com o comando* `figure()`*; trace nela o outro gráfico com o comando* `dplot(xd)`.

   (f) Compare os gráficos de `xd` e `xc`. Indique o que conclui a respeito da relação entre estes sinais.

2. Reconstrua um sinal de tempo contínuo a partir do sinal `xd`, usando o mesmo período de amostragem. Use, para isso, o comando `yc=reconstruct(xd,0.01)`. Compare os sinais `xc` e `yc` visualizando-os sobrepostos, no mesmo gráfico, e visualizando o gráfico do sinal `yc-xc`.

3. Repita o processo de amostragem e reconstrução, agora com um período de amostragem de 0.125, ou seja, gere, a partir do sinal `xc`, novos sinais `xd` e `yc`, procedendo como anteriormente mas usando agora o novo período de amostragem. Visualize, sobrepostos no mesmo gráfico, os sinais `xc` e `yc` e, numa janela diferente, o sinal `xd`. Meça o período do sinal `yc` e indique o valor obtido.

4. Compare os sinais `xc` e `yc` e explique a relação entre eles (inclua uma explicação sobre a relação entre as frequências de `xc` e `yc`).

5. A variável `xc1` contém um determinado sinal. Visualize-o. Faça zoom da parte central do gráfico, para perceber melhor a forma do sinal. Em seguida amostre esse sinal com um período de amostragem de 0.01, colocando o resultado em `xd1`. Reconstrua um sinal de tempo contínuo a partir de `xd1`, com o mesmo período de amostragem, e coloque o resultado em `yc1`. Visualize os sinais `xc1` e `yc1` sobrepostos, no intervalo de tempo [-0.1,0.1]. Indique o gráfico correspondente e comente os resultados.

6. Visualize, sobrepostos, os espectros dos sinais `xc1` e `yc1`. Faça zoom da parte central, vizualizando os espectros no intervalo de frequências [-600,600]. Indique o gráfico correspondente.

   Nota: Recorde que para visualizar, por exemplo, a parte real do espectro de `xc1`, *pode usar o comando* `fplot(real(FourierTransform(xc1)))`, *e que para visualizar a parte imaginária deve usar* `imag` *em vez de* `real`.

7. Explique como é que o espectro que obteve para o sinal `yc1` resultou do de `xc1` através dos processos de amostragem e reconstrução de sinais.

6 Controlo dum motor eléctrico

Para preparar o sistema para a realização desta parte do trabalho, comece por dar o comando `reset -sf`, que apaga todas as variáveis geradas na parte anterior do trabalho. Em seguida introduza o comando `run -i lab3b`. Deverá aparecer o texto "Sinais e Sistemas - 3º trabalho de laboratório - Controlo dum motor: inicialização concluída."

6.1 Motor em malha aberta

Execute a simulação do comportamento do motor em malha aberta, com entrada $\alpha(t)$ igual ao degrau unitário $u(t)$. Para isso, dê os comandos

```
t = timevaru(10)      (veja a nota[3])
alpha = u(t)
A = 0
B = 0
run -i motor
```

O comando `run -i motor` executa a simulação do sistema da Fig. 1, usando condições de repouso inicial. Como resultado, são criados os sinais `i` (corrente aplicada ao motor), `beta` (ângulo rodado pelo motor) e `dbeta` (velocidade angular do motor).

Visualize os gráficos do ângulo rodado pelo motor e da velocidade angular deste. Para esse fim, utilize a função `tplotu` (esta é a função apropriada para quando a variável `t` toma apenas valores não negativos). Indique os gráficos visualizados. Verifique que estão de acordo com os resultados obtidos na Preparação Prévia, indicando como o constatou.

[3] Este comando gera uma variável de tempo com valores no intervalo $[0, 10]$. Note que a função usada não é a função `timevar`. O comando `t = timevar(5)` criaria uma variável com valores no intervalo $[-5, 5]$. O "u" no nome do comando indica que se pretende gerar uma variável de tempo unilateral.

6.2 Controlo do motor

Recorde o significado dos parâmetros X e Y definidos na Preparação Prévia. Faça, a partir de agora e até ao final do trabalho, $X = X_0$ (o valor de X_0 foi calculado na Preparação Prévia).

1. Determine experimentalmente as respostas do sistema ao degrau unitário para $Y = Y_0/4$, $Y = Y_0$ e $Y = 2Y_0$ (o valor de Y_0 foi obtido na Preparação Prévia). Visualize os três gráficos sobrepostos na mesma figura e indique o esboço correspondente. Indique qual dos três valores de Y corresponde ao sistema que estabiliza mais rapidamente[4].

2. Explique os gráficos obtidos no item anterior, à luz do estudo realizado na Preparação Prévia.

3. Faça $Y = Y_0$. Coloque à entrada do sistema uma onda quadrada, usando o comando `alpha = squarewave(pi/2*t)`, e execute a simulação. Vizualize, sobrepostas num mesmo gráfico, a entrada e a saída do sistema. Compare a resposta à onda quadrada com a resposta ao degrau unitário e explique a relação entre elas.

4. Visualize, através do comando `tplotu(i)`, o gráfico da corrente que atravessa o motor quando a entrada do sistema é a onda quadrada. Indique o esboço correspondente. Explique qual a "utilidade" que tem, para o controlo do motor, o comportamento da intensidade da corrente após cada transição na entrada (isto é, explique qual o efeito que tem, na posição do motor, o facto da corrente ter tal comportamento).

5. Coloque uma onda sinusoidal à entrada do sistema, usando o comando `alpha = sin(pi/2*t)`, e execute a simulação. Vizualize, sobrepostas num mesmo gráfico, a entrada e a saída do sistema. A posição do motor segue fielmente o valor desejado, ou tem atraso? E a amplitude da oscilação da posição do motor é igual à do valor desejado? Indique os valores da amplitude e do atraso medidos no gráfico.

6. Explique os valores da amplitude e do atraso obtidos no item anterior.

Nota final: O sistema considerado na segunda parte deste trabalho é um exemplo dum servomecanismo de posição (vulgarmente designado por "servo de posição" ou "servomotor"). Servomecanismos deste tipo são utilizados nas mais diversas aplicações (por exemplo em robots e no controlo dos lemes e *ailerons* de aviões). Considerou-se aqui uma situação algo idealizada (a equação que rege o funcionamento do motor é linear, os seus parâmetros são conhecidos exactamente, e não há ruído). A estrutura de controlo utilizada tem uma finalidade pedagógica, e não corresponde exactamente ao tipo de estrutura que se utiliza mais frequentemente nos servos de posição. É possível desenhar controladores mais elaborados, com melhor desempenho que o do controlador aqui desenvolvido, e que não sejam tão dependentes do conhecimento exacto do comportamento do motor e da ausência de ruído. Esse tema é do âmbito das disciplinas de Controlo.

[4] É comum dizer-se que um sistema estabiliza, ou que a sua saída estabiliza, quando a saída varia cada vez menos ao longo do tempo, convergindo para determinado valor. O facto de um sistema estabilizar é diferente do facto de ser estável, embora os dois estejam relacionados. Normalmente, os sistemas estáveis que se utilizam na prática estabilizam se a sua entrada for constante a partir de determinado momento. Já no que se refere aos sistemas instáveis, há alguns que não estabilizam nessas circunstâncias, enquanto que outros estabilizam.