

**Sinais e Sistemas – Exame**

Data: 20/1/2021. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 11, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação  $C$  e  $n$  alternativas de resposta é cotada com  $-C/(n - 1)$ .
- Resolva os problemas 1 a 6 na folha de respostas, justificando todos os passos.

**Respostas às questões 1 a 11**

<b>Questão 1</b>	a	b	c	d	e	f	g	h
<b>Questão 2</b>	a	b	c	d	e	f	g	h
<b>Questão 3</b>	a	b	c	d				
<b>Questão 4</b>	a	b	c	d				
<b>Questão 5</b>	a	b	c	d	e	f	g	h
<b>Questão 6</b>	a	b	c	d	e	f		
<b>Questão 7</b>	a	b	c	d				
<b>Questão 8.1</b>	a	b	c	d	e	f	g	
<b>Questão 8.2</b>	a	b	c	d				
<b>Questão 9.1</b>	a	b	c	d	e	f		
<b>Questão 9.2</b>	a	b	c	d				
<b>Questão 10.1</b>	a	b	c	d	e	f		
<b>Questão 10.2</b>	a	b	c	d	e	f		
<b>Questão 11</b>	a	b	c	d	e	f	g	h

**Questão 1** (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo contínuo  $x(t) = \frac{2 \sin(3t)}{t}$  ou a afirmação verdadeira.

- a) 0      b) 2/3      c) 3      d) 6      e)  $\pi/3$       f)  $2\pi/3$       g)  $4\pi/3$       h)  $x(t)$  não é periódico

**Questão 2** (0.75 valores)

Considere o sistema descrito pela equação às diferenças  $y(n) + y(n - 1) = 2x(n)$  e pela condição  $y(-2) = 6$ . Sendo o sinal de entrada  $x(n) = \delta(n)$ , indique o valor de  $y(0)$ .

- a) -12      b) -6      c) -4      d) 1      e) 2      f) 6      g) 8      h) 12

**Questão 3** (0.75 valores)

Classifique o sistema de relação entrada-saída  $y(t) = 3x(-t) + 2x(t)$ , no que respeita a linearidade e invariância no tempo.

- a) Linear, invariante      b) Não-linear, invariante      c) Linear, variante      d) Não-linear, variante

**Questão 4** (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e causalidade o SLIT com resposta ao impulso unitário  $h(n) = \delta(n) + \delta(n - 3) - 2\delta(n + 2)$ .

- a) Estável, causal      b) Estável, não-causal      c) Instável, causal      d) Instável, não-causal

**Questão 5** (0.75 valores)

O sinal  $\cos(3t)$  está à entrada do SLIT com resposta em frequência  $H(j\omega) = \omega^2$ . Indique a expressão da saída.

- a)  $\sin(3t)$     b)  $\cos(3t)$     c)  $\sin(9t)$     d)  $\cos(9t)$     e)  $9\sin(3t)$     f)  $9\cos(3t)$     g)  $9\sin(9t)$     h)  $9\cos(9t)$

**Questão 6** (0.75 valores)

As transformadas de Fourier da entrada e saída de um sistema de tempo contínuo relacionam-se por  $Y(j\omega) = 3X(j\omega)e^{j\omega}$ . Indique a relação entrada-saída do sistema.

- a)  $y(t) = 3x(t+1)$     b)  $y(t) = 3\frac{dx(t)}{dt}$     c)  $y(t) = 3e^{x(t)}$   
 d)  $y(t) = 3x(t) + x(t+1)$     e)  $y(t) = 3x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$     f)  $y(t) = 3x(t) + e^{x(t)}$

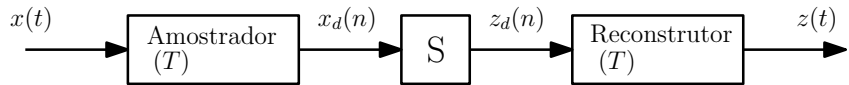
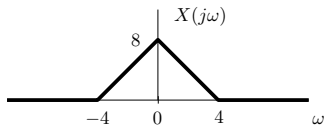
**Questão 7** (0.75 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT causal que se rege pela equação às diferenças  $y(n) - \frac{1}{2}y(n-2) = x(n-1)$ .

- a)  $H(e^{j\omega}) = \frac{j\omega}{1 - \frac{1}{2}(j\omega)^2}$     b)  $H(e^{j\omega}) = \frac{(j\omega)^2}{1 - \frac{1}{2}j\omega}$     c)  $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j2\omega}}$     d)  $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j2\omega}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$

**Questão 8**

Considere o sistema seguinte, onde o amostrador e reconstrutor são ideais e S é um filtro real passa-baixo ideal de frequência de corte  $\Omega_c = 2$ , e o sinal de entrada  $x(t)$  cuja TF  $X(j\omega)$  está esboçada.



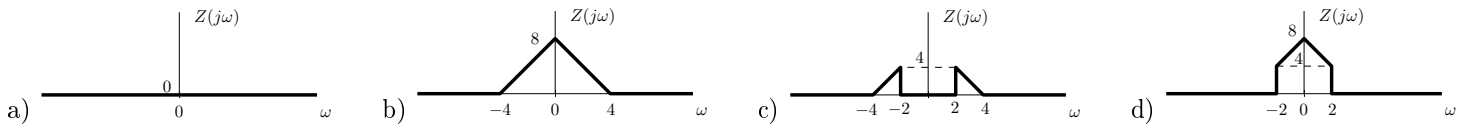
**8.1** (0.75 valores)

Que condição deve ser imposta a  $T$  para que se cumpram as condições exigidas pelo teorema da amostragem?

- a)  $T < 8$     b)  $T = \pi$     c)  $T > \pi$     d)  $T = 4\pi$     e)  $T < 4\pi$     f)  $T > \pi/4$     g)  $T < \pi/4$

**8.2** (0.75 valores)

Sendo  $T = 0.4$ , indique o esboço da TF de  $z(t)$ . (Transformadas nulas excepto na região esboçada.)



**Questão 9**

Considere o SLIT estável com função de transferência  $H(s) = \frac{s-3}{(s+2)(s+1)}$ .

**9.1** (0.75 valores) Indique a região de convergência de  $H(s)$ .

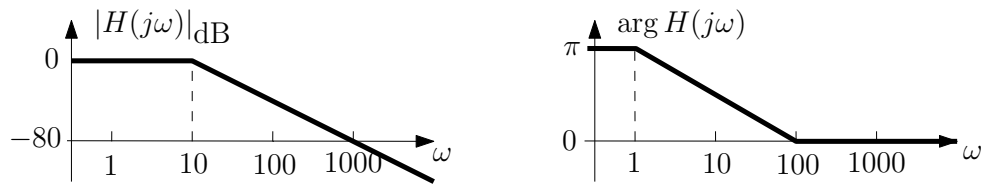
- a)  $\text{Re}(s) > -2$     b)  $\text{Re}(s) > -1$     c)  $\text{Re}(s) < -1$     d)  $\text{Re}(s) < 3$     e)  $-2 < \text{Re}(s) < -1$     f)  $-1 < \text{Re}(s) < 3$

**9.2** (0.75 valores) Indique a equação diferencial que rege o SLIT.

- a)  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$     b)  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$   
 c)  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$     d)  $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$

### Questão 10

Na figura seguinte representa-se a aproximação assintótica do diagrama de Bode de um SLIT.



**10.1** (0.75 valores) Indique a melhor aproximação da expressão da sua resposta ao sinal  $x(t) = \sin t$ .

- a)  $y(t) = 0$     b)  $y(t) = \sin t$     c)  $y(t) = -\sin t$     d)  $y(t) = 0.1 \sin t$     e)  $y(t) = 0.01 \sin t$     f)  $y(t) = -40 \sin t$

**10.2** (0.75 valores) Indique uma possível expressão para a função de transferência do sistema.

- a)  $\frac{1}{s+10}$     b)  $\frac{10}{s+10}$     c)  $\frac{-10}{s+10}$     d)  $\frac{1}{s^2+s+100}$     e)  $\frac{100}{s^2+10s+100}$     f)  $\frac{-100}{s^2+2s+100}$

### Questão 11 (0.75 valores)

Indique a melhor aproximação do valor máximo da resposta ao degrau unitário do SLIT com f. transf.  $H(s) = \frac{27}{s^2+3s+9}$ .

- a) 0.16    b) 0.48    c) 1.16    d) 1.48    e) 3    f) 3.16    g) 3.48    h) 9

### Problema 1

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta ao impulso unitário é  $h(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$ .

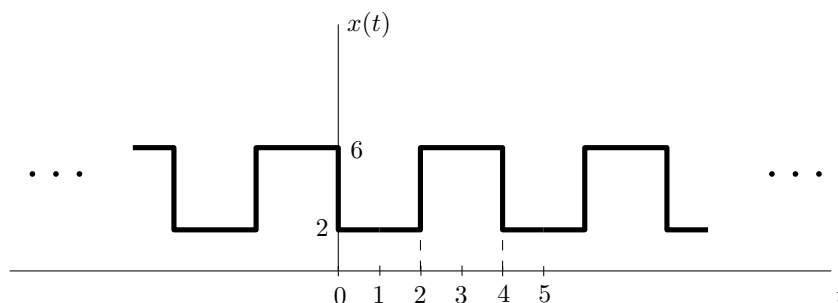
**1.1** (1.25 valores) Determine e esboce a sua resposta ao sinal  $x_1(n) = u(n) - u(n-11)$ .

**1.2** (1.25 valores) Determine, na forma da sua mais simples expressão, a sua resposta ao sinal

$$x_2(n) = \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right] u(n).$$

### Problema 2 (1.25 valores)

Considere o filtro real de tempo contínuo, passa-alto ideal de frequência de corte  $\omega_c = 1$  rad/s. Esse sistema tem à entrada o sinal periódico  $x(t)$  abaixo esboçado.



Determine e esboce o sinal de saída  $y(t)$ .

**Problema 3** (1.25 valores)

O sinal de tempo contínuo  $x(t)$  tem transformada de Fourier

$$X(j\omega) = \begin{cases} j\omega & \text{se } |\omega| \leq \pi \\ 0 & \text{se } |\omega| > \pi. \end{cases}$$

O sinal  $x(t)$  é real? Determine  $x(t)$  na forma de uma expressão tão simples quanto possível.

**Problema 4** (1.25 valores)

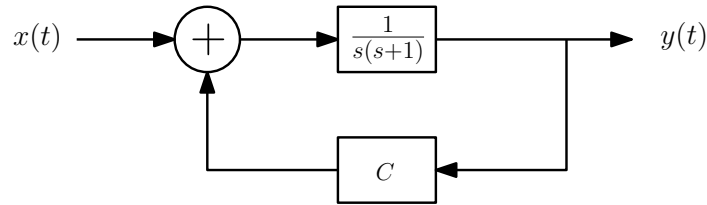
Considere o amostrador ideal de período de amostragem  $T = 0.4$  e o sinal de entrada

$$x_c(t) = \frac{\cos(3\pi t) \sin(\pi t)}{t}.$$

Determine a expressão do sinal de saída  $x_d(n)$  e esboce a sua transformada de Fourier.

**Problema 5** (1.25 valores)

Considere o sistema causal  $x(t) \rightarrow y(t)$ , representado pelo diagrama de blocos seguinte, onde  $C$  é uma constante real.



Determine a gama de valores de  $C$  que garante que a sua resposta ao degrau unitário é oscilatória mas de forma a que a frequência das oscilações não exceda 3 rad/s.

**Problema 6** (2 valores)

Com o objectivo de caracterizar de forma local o conteúdo espectral de um sinal  $x(t)$ , é comum recorrer a uma *transformada de Fourier localizada (TFL)*, definida por:

$$X(t_0, \omega) = \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} x(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Para o sinal  $x(t) = e^{jt}u(-t) + e^{j2t}u(t)$ , determine  $X(t_0, \omega)$  e interprete o resultado em termos do objectivo referido. Discuta em particular a influência do valor do parâmetro  $T$  no cumprimento desse objectivo.

*Nota: definindo  $r(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$  e  $y(t) = x(t)r(t - t_0)$ , pode-se interpretar a TFL como  $X(t_0, \omega) = Y(j\omega)$ .*