

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 3/2/2020. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 9, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n - 1)$.
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 9

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 2.1	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 2.2	a	b	c	d				
Questão 3.1	a	b	c	d				
Questão 3.2	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 4.1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 4.2	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 5	a	b	c	d	e			
Questão 6.1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 6.2	a	b	c	d	e	f		
Questão 7	a	b	c	d				
Questão 8.1	a	b	c					
Questão 8.2	a	b	c	d				
Questão 9.1	a	b	c	d	e	f		
Questão 9.2	a	b	c	d	e	f		

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o valor da energia total do sinal de tempo contínuo $x(t) = 2u(t) - 3u(t - 1) + u(t - 3)$.

- a) 0 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 f) 6 g) 9 h) Nenhum dos anteriores

Nas questões **2.1** e **2.2**, considere o sistema de tempo discreto de relação entrada-saída $y(n) = (n - 3)^2 x(n - 1)$.

Questão 2.1 (0.75 valores) Indique a expressão da resposta $y(n)$ ao sinal de entrada $x(n) = \delta(n - 1)$.

- a) $\delta(n - 1)$ b) $\delta(n - 2)$ c) $(n - 3)^2 \delta(n - 1)$ d) $(n - 4)^2 \delta(n - 2)$ e) $4\delta(n - 1)$ f) $4\delta(n - 2)$ g) 0

Questão 2.2 (0.75 valores) Classifique o sistema no que respeita a linearidade e invariância no tempo.

- a) Linear, invariante b) Não-linear, invariante c) Linear, variante d) Não-linear, variante

Nas questões **3.1** e **3.2**, considere o SLIT de tempo contínuo com resposta ao impulso unitário $h(t) = u(t - 3)$.

Questão 3.1 (0.75 valores) Classifique o SLIT no que respeita a estabilidade e memória.

- a) Estável, com memória b) Instável, com memória c) Estável, sem memória d) Instável, sem memória

Questão 3.2 (0.75 valores) Sendo $s(t)$ a resposta do SLIT ao degrau unitário, indique o valor de $s(4)$.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4 f) 9 g) $+\infty$

Nas questões 4.1 e 4.2, considere o SLIT com resposta em frequência $H(j\omega) = \frac{1}{4 + j3\omega}$.

Questão 4.1 (0.75 valores) A entrada é o sinal periódico de período fundamental 4π cuja série de Fourier (SF) tem coeficientes $a_k = \cos(k\pi/3)$. A SF do sinal de saída tem coeficientes b_k . Indique o valor de b_6 .

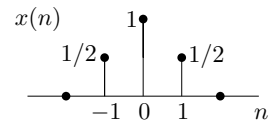
- a) -1 b) $-\sqrt{3}/2$ c) 0 d) 1 e) $\sqrt{3}/2$ f) $1/(4 + j9)$ g) $1/(4 + j12\pi)$ h) $1/(4 + j18)$

Questão 4.2 (0.75 valores) A entrada é o sinal $\delta(t)$. Indique a expressão do sinal de saída.

- a) $\frac{1}{4}\delta(t)$ b) $\frac{1}{4 + j3\omega}\delta(t)$ c) 0 d) $\frac{1}{3}e^{-4t/3}u(t)$ e) $\frac{1}{4}e^{-3t}u(t)$ f) $4u(t - 3)$ g) $3u(t - 4)$

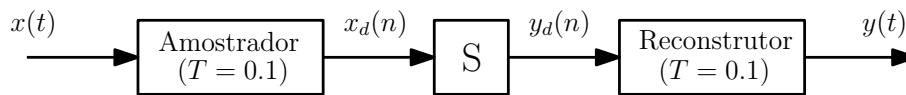
Questão 5 (0.75 valores)

Considere o sinal de tempo discreto ao lado esboçado ($x(n) = 0$ na região não esboçada). Indique a expressão da sua transformada de Fourier.



- a) $X(e^{j\omega}) = 2$ b) $X(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j3\omega}}{1 - e^{-j\omega}}$ c) $X(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} + e^{j\omega}}{2}$ d) $X(e^{j\omega}) = 1 + \frac{e^{j|\omega|}}{2}$ e) $X(e^{j\omega}) = 1 + \cos \omega$

Nas questões 6.1 e 6.2, considere a figura seguinte, onde S é um filtro real, passa-baixo ideal, de freq. corte $\Omega_c = \pi/5$.



Questão 6.1 (0.75 valores) Indique uma condição que garanta que $x(t)$ é univocamente determinado por $x_d(n)$.

- a) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 10\pi$ b) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 40$ c) $x(t) = 0$ para $|t| \geq 10\pi$ d) $x(t) = 0$ para $|t| \geq 40$
 e) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \leq 10\pi$ f) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \leq 40$ g) $x(t) = 0$ para $|t| \leq 10\pi$ h) $x(t) = 0$ para $|t| \leq 40$

Questão 6.2 (0.75 valores) Sendo $x(t) = 2 + \sin(\pi t)$, indique a expressão do sinal $y(t)$.

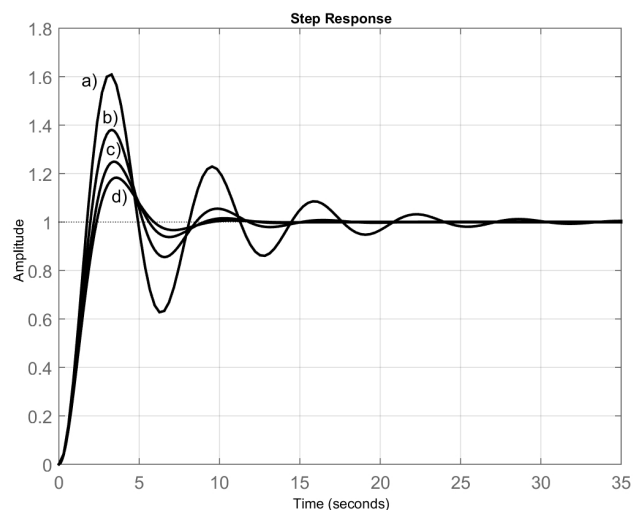
- a) $y(t) = 0$ b) $y(t) = 2$ c) $y(t) = 4$ d) $y(t) = \sin(\pi t)$ e) $y(t) = 4 \sin(\pi t)$ f) $y(t) = 2 + \sin(\pi t)$

Questão 7 (0.75 valores)

Representam-se as respostas ao degrau unitário de quatro sistemas de segunda ordem sem zeros.

Os pólos de cada um destes sistemas localizam-se em $s = e^{\pm j\theta}$, para $\theta = 0.6\pi, 0.7\pi, 0.8\pi$ e 0.9π .

Indique a resposta do sistema cujos pólos são $e^{\pm j0.9\pi}$.



Nas questões 8.1 e 8.2, considere o SLIT causal cuja função de transferência é $H(s) = \frac{3s + 1}{(s - 1)(s + 2)}$.

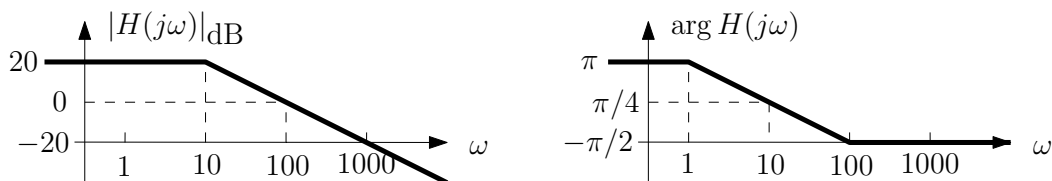
Questão 8.1 (0.25 valores) Classifique o sistema no que respeita a estabilidade.

- a) Não há informação suficiente para o determinar b) Estável c) Instável

Questão 8.2 (0.5 valores) Indique a equação diferencial que rege o sistema, sendo $x(t)$ a entrada e $y(t)$ a saída.

- a) $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 3x'(t) + x(t)$ b) $3y'(t) + y(t) = x''(t) + x'(t) - 2x(t)$
 c) $y(t) - y'(t) + 2y''(t) = 3x(t) + x'(t)$ d) $3y(t) + y'(t) = x(t) - x'(t) + 2x''(t)$

Nas questões 9.1 e 9.2, considere o sistema cuja aproximação assintótica do diagrama de Bode é o da figura seguinte.



Questão 9.1 (0.75 valores) Indique a expressão que melhor aproxima a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = 1 + \cos(100t)$.

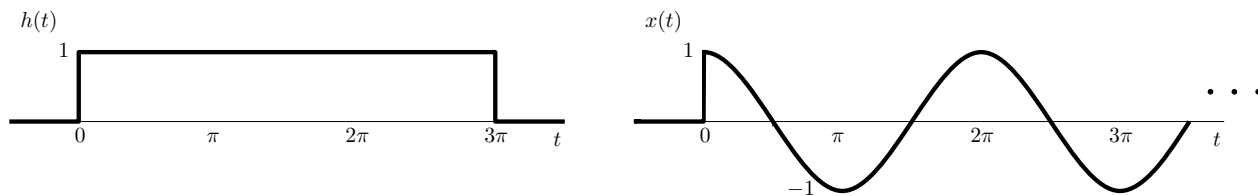
- a) -10 b) 1 c) $-10 + \cos(100t)$ d) $1 + \cos(100t)$ e) $-10 + \sin(100t)$ f) $1 + \sin(100t)$

Questão 9.2 (0.75 valores) Indique uma possível função de transferência $H(s)$ para o sistema.

- a) $\frac{10}{s + 10}$ b) $\frac{-100}{s + 10}$ c) $\frac{-10s + 100}{s^2 + s + 100}$ d) $\frac{100s - 1000}{s^2 + 2s + 100}$ e) $\frac{-s + 10}{s^2 + 10s + 100}$ f) $\frac{10s - 100}{s^2 + 20s + 100}$

Problema 1 (1.25 valores)

Considere o SLIT de tempo contínuo cuja resposta ao impulso unitário é o sinal $h(t)$ abaixo representado ($h(t) = 0$ na região não esboçada). Considere o sinal de entrada, parcialmente representado, e cuja expressão é $x(t) = \cos(t)u(t)$.



Determine o sinal de saída $y(t)$, na forma de uma expressão tão simples quanto possível. Esboce $y(t)$, indicando os pontos relevantes para a interpretação do gráfico.

Problema 2

O filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal de frequência de corte 0.8 tem à entrada o sinal periódico $x(t)$, cujo período fundamental é 4π e cuja série de Fourier tem coeficientes

$$a_k = \begin{cases} \frac{\sin k}{k} e^{-jk} & k \neq 0 \\ 0 & k = 0. \end{cases}$$

2.1 (1 valor) Determine $x(t)$ e esboce-o para $t \in [-4\pi, 4\pi]$, indicando os pontos relevantes.

2.2 (0.25 valores) Determine o sinal de saída $y(t)$.

Problema 3 (1.25 valores)

Considere o sistema de tempo contínuo que se rege pela equação diferencial seguinte, em repouso inicial:

$$\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3x(t).$$

Determine as expressões do módulo e do argumento da sua resposta em frequência $H(j\omega)$. Esboce a resposta em frequência (ou seja, esboce $|H(j\omega)|$ e $\angle H(j\omega)$) e diga a que tipo de filtro corresponde este sistema.

Problema 4 (1.25 valores)

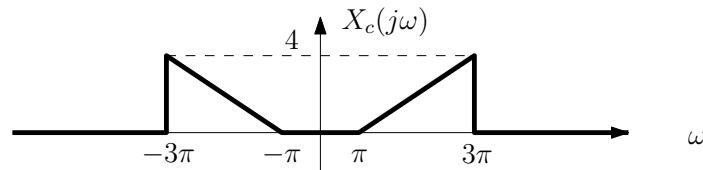
Considere o SLIT causal de tempo discreto que se rege pela equação às diferenças

$$y(n) + \frac{1}{4}y(n-2) = 5x(n) + x(n-2).$$

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta ao impulso unitário.

Problema 5 (1.25 valores)

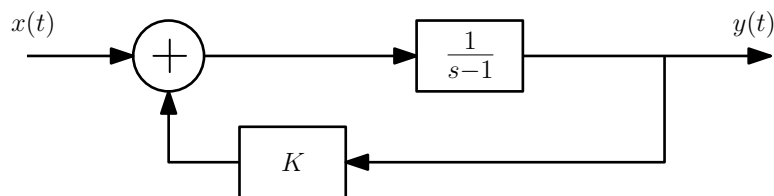
O sinal de tempo contínuo $x_c(t)$, cuja transformada de Fourier se representa de seguida ($X_c(j\omega) = 0$ na região não representada), é amostrado com período de amostragem $T = 0.5$.



Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, o sinal de tempo discreto resultante, $x_d(n)$.

Problema 6 (1.25 valores)

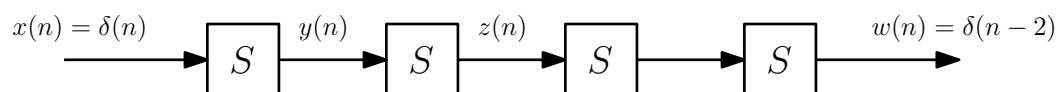
Considere o SLIT causal descrito pelo diagrama de blocos da figura seguinte, onde $K = -2$.



Determine a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = \delta(t) + \cos t$.

Problema 7

Considere a ligação em série de quatro SLITs de tempo discreto idênticos, assim como a entrada e saída indicados:



7.1 (0.5 valores) Determine, justificadamente, o sinal $z(n)$.

7.2 (1.5 valores) Determine o sinal $y(n)$.

Nota: pode assumir que todos os sinais envolvidos têm transformada de Fourier.