Sinais e Sistemas – Exame

Data: 16/1/2020. Duração: 3 horas

Número:	Nome:

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 10, indique as suas respostas, com cruzes, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 10

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 2	a	b	c	d	e			
Questão 3	a	b	c	d				
Questão 4.1	a	b	c	d				
Questão 4.2	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 5.1	a	b	c	d	e	f		
Questão 5.2	a	b	c	d	e	f		
Questão 6	a	b	c	d				
Questão 7.1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 7.2	a	b	c	d	e	f		
Questão 8	a	b	c	d	e			
Questão 9	a	b	c	d	e	f		
Questão 10.1	a	b	c	d	e			
Questão 10.2	a	b	c	d	e	f		

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o valor do período fundamental do sinal de tempo discreto $x(n) = \sin\left(\frac{4}{5}n\right)$ ou a afirmação verdadeira.

a) 1 b) π c) 2 d) $5\pi/4$ e) 5 f) $5\pi/2$ g) 10 h) O sinal não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada–saída $y(t) = x(3t+3)$. Indique a sua resposta ao sinal $x(t) = u(t-6)$.

a) $y(t) = u(3t-5)$ b) $y(t) = u(3t-15)$ c) $y(t) = u(3t-18)$ d) $y(t) = u(t-1)$ e) $y(t) = u(t-5)$

Questão 3 (0.75 valores)

Classifique o sistema de relação entrada–saída $y(t) = 3x(t) + x(4t)$, no que respeita a linearidade e invariância no tempo.

a) Linear, invariante b) Não-linear, invariante c) Linear, variante d) Não-linear, variante

Nas questões **4.1** e **4.2**, considere o SLIT de tempo discreto com resposta ao impulso unitário $h(n) = \delta(n) + u(n)$.

Questão 4.1 (0.75 valores) Classifique o SLIT no que respeita a estabilidade e memória.

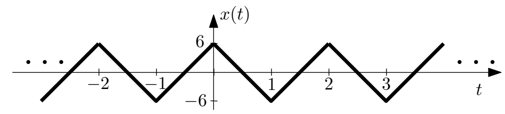
a) Estável, com memória b) Instável, com memória c) Estável, sem memória d) Instável, sem memória

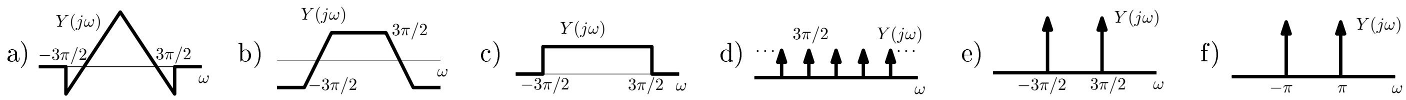
Questão 4.2 (0.75 valores) Sendo $s(n)$ a resposta do SLIT ao degrau unitário, indique o valor de $s(1)$.

a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1 f) 2 g) 3

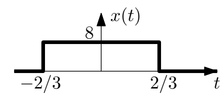
Nas questões **5.1** e **5.2**, indique um possível esboço do espectro $Y(j\omega)$ do sinal de saída do filtro real passa-baixo ideal de tempo contínuo de frequência de corte $\omega_c = 3\pi/2$, para os sinais de entrada $x(t)$ especificados.

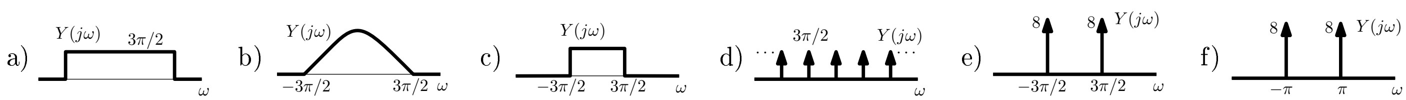
Questão 5.1 (0.75 valores) A entrada é o sinal periódico ao lado esboçado.





Questão 5.2 (0.75 valores) A entrada é o sinal ao lado esboçado (sendo nulo na região não esboçada).



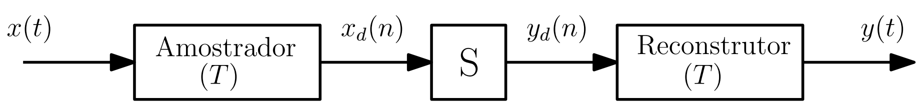


Questão 6 (0.75 valores)

Indique a expressão da transformada de Fourier do sinal de tempo discreto $x(n) = u(n) - u(n-3)$.

a) $X(e^{j\omega}) = \dfrac{1}{1-e^{-j\omega}}$ b) $X(e^{j\omega}) = \dfrac{1-e^{-j3\omega}}{1-e^{-j\omega}}$ c) $X(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}$ d) $X(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega} + e^{-j3\omega}$

Nas questões **7.1** e **7.2**, considere a figura seguinte, onde $T = 0.5$ e S tem resposta em frequência $H_d(e^{j\Omega}) = 1 + \cos\Omega$.



Questão 7.1 (0.75 valores) Indique uma condição que garanta que $x(t)$ é univocamente determinado por $x_d(n)$.

a) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 4\pi$ b) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 5$ c) $x(t) = 0$ para $|t| \geq 4\pi$ d) $x(t) = 0$ para $|t| \geq 5$
e) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \leq 4\pi$ f) $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| \leq 5$ g) $x(t) = 0$ para $|t| \leq 4\pi$ h) $x(t) = 0$ para $|t| \leq 5$

Questão 7.2 (0.75 valores) Sendo $x(t) = 2 + \sin(\pi t)$, indique a expressão do sinal $y(t)$.

a) $y(t) = 0$ b) $y(t) = 4$ c) $y(t) = \sin(\pi t)$ d) $y(t) = 2\sin(\pi t)$ e) $y(t) = 4 + \sin(\pi t)$ f) $y(t) = 2 + \sin(\pi t)$

Questão 8 (0.75 valores)

Em seguida listam-se funções de transferência de SLITs causais. Indique uma que corresponda a um sistema instável.

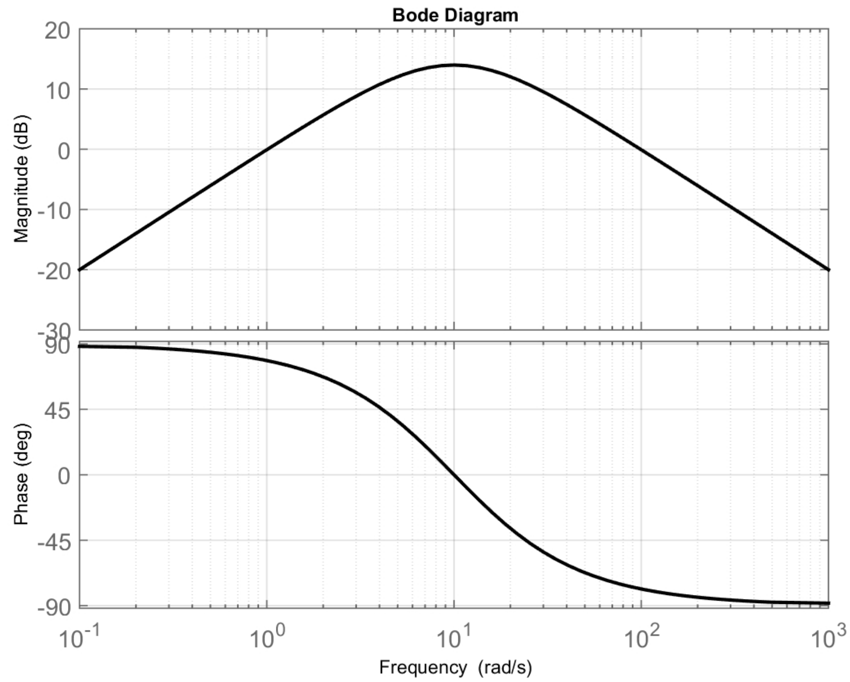
a) $H(s) = \dfrac{1}{s+3}$ b) $H(s) = \dfrac{3}{s+2}$ c) $H(s) = \dfrac{s+3}{s(s-3)}$ d) $H(s) = \dfrac{3s}{(s+2)^2}$ e) $H(s) = \dfrac{s-3}{(s+1)(s+2)}$

Questão 9 (0.75 valores)

Considere o SLIT causal com função de transferência $H(s) = \dfrac{4}{s^2+5s+4}$.
Indique uma possível expressão para a sua resposta ao degrau unitário (a e b designam constantes).

a) $s(t) = (1 - ae^{-3t})u(t)$ b) $s(t) = \left[1 + ae^{-t} + be^{-4t}\right]u(t)$ c) $s(t) = \left[1 + (a+bt)e^{-2t}\right]u(t)$
d) $s(t) = (1 - ae^{-2t})u(t)$ e) $s(t) = \left[1 - ae^{-2t}\sin(3t+b)\right]u(t)$ f) $s(t) = \left[1 - ae^{-t}\sin(2t+b)\right]u(t)$

Nas questões **10.1** e **10.2**, considere o sistema cujo diagrama de Bode é o da figura seguinte.



Questão 10.1 (0.75 valores) Indique a expressão que melhor aproxima a sua resposta ao sinal $x(t) = \sin(10t)$.

a) $y(t) = 5\sin(10t)$ b) $y(t) = 10\sin(10t)$ c) $y(t) = 5\cos(10t)$ d) $y(t) = 10\cos(10t)$ e) $y(t) = 0$

Questão 10.2 (0.75 valores) Indique uma possível função de transferência $H(s)$ para o sistema.

a) $\dfrac{100}{(s+10)^2}$ b) $\dfrac{10s}{(s+10)^2}$ c) $\dfrac{10}{s^2+20s+100}$ d) $\dfrac{100s}{s^2+20s+100}$ e) $\dfrac{100}{s^2+2s+100}$ f) $\dfrac{10s}{s^2+2s+100}$

Problema 1 (1.25 valores)

O sinal $x(n) = (-1)^n u(n)$ está na entrada do SLIT de resposta ao impulso unitário $h(n) = u(n) - u(n-7)$. Determine e esboce o sinal de saída.

Problema 2 (1.25 valores)

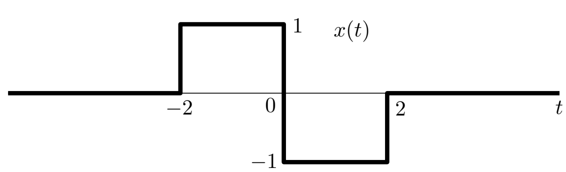
Considere o sinal periódico de período π que, no intervalo $t \in [-\pi/2, \pi/2]$, é definido por $x(t) = \cos t$. Pretende-se exprimir esse sinal $x(t)$ na forma de uma soma de sinusoides válida para qualquer $t \in \mathbb{R}$, ou seja,

$$x(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} A_k \cos(B_k t + C_k)\,,$$

onde A_k, B_k e C_k são coeficientes reais. Determine as expressões mais simples para esses coeficientes.

Problema 3 (1.25 valores)

Considere o sinal $x(t)$ esboçado na figura seguinte (o sinal é nulo na região não esboçada).



Determine a sua transformada de Fourier e represente-a graficamente (ou seja, esboce as suas partes real e imaginária).

Problema 4 (1.25 valores)

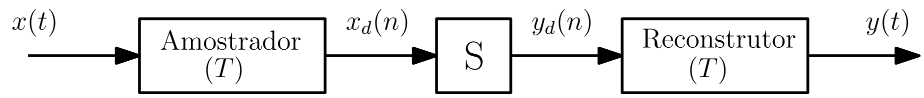
Considere o SLIT causal de tempo discreto que se rege pela equação às diferenças

$$y(n) - \frac{17}{12}y(n-1) + \frac{1}{2}y(n-2) = 7x(n) - 5x(n-1)\,.$$

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta ao impulso unitário.

Problema 5 (1.25 valores)

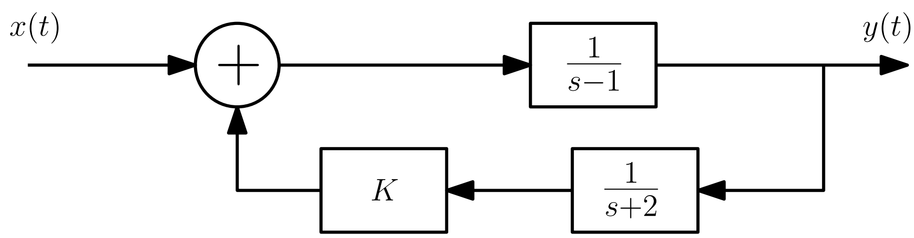
Considere o sistema da figura seguinte, onde $T = 0.1$ e S é um filtro real passa-alto ideal de frequência de corte $\Omega_c = 0.4\pi$.



Sendo $x(t) = \dfrac{\sin(15\pi t)}{t}$, determine o sinal $y(t)$, na forma de uma expressão tão simples quanto possível.

Problema 6 (1.25 valores)

Considere o SLIT causal descrito pelo diagrama de blocos da figura seguinte, onde K é uma constante real.



Determine a gama de valores de K para os quais o sistema $x(t) \to y(t)$ é estável.

Problema 7 (2 valores)

Um SLIT, de entrada $x(t)$ e saída $y(t)$, pode ser descrito pelo que se costuma designar por modelo de estado do sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{e}'(t) = \mathbf{A}\mathbf{e}(t) + \mathbf{b}x(t) \\ y(t) = \mathbf{c}^T\mathbf{e}(t)\,. \end{cases}$$

Neste modelo, $\mathbf{e}(t)$ designa o vector de estado, de dimensão igual à ordem do sistema, e $\mathbf{e}'(t)$ designa a sua derivada (ou seja, o vector composto pelas derivadas das componentes de $\mathbf{e}(t)$). Para um sistema de segunda ordem, tem-se então

$$\mathbf{e}(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{e}'(t) = \begin{bmatrix} e_1'(t) \\ e_2'(t) \end{bmatrix},$$

sendo a matriz $\mathbf{A}$ de dimensão 2×2 e os vectores $\mathbf{b}$ e $\mathbf{c}$ de dimensões 2×1.

Considere o sistema de segunda ordem descrito pelo modelo de estado, com:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

É possível que a sua resposta ao degrau tenha comportamento oscilatório? Discuta-o em termos de a_{22}, b_2 e c_1.