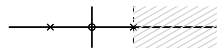
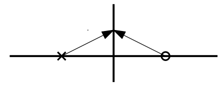
Sinais e Sistemas – 2º teste – 27/5/2019 – Exemplo de resolução

Questão 1 $\omega_M = 6\pi \Rightarrow \omega_s > 12\pi \Leftrightarrow T < \frac{2\pi}{12\pi} = 1/6$. Apenas b) o garante.

Questão 2 $\omega_M = 5\pi,\ \omega_s = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi > 2\omega_M$. $y(t) = 5H(e^{j0}) + 4|H(e^{j5\pi\times 0.1})|\cos[5\pi t + \arg H(e^{j5\pi\times 0.1})] = 5$.

Questão 3.1 $H(s) = \frac{2s}{s^2-9} = \frac{2s}{(s-3)(s+3)}$. 

Questão 3.2 RC não contém o eixo imaginário $\Rightarrow$ SLIT instável.

Questão 4 Apenas a) dá origem a $|H(j\omega|$ constante. 

Questão 5 Zero em 0 e dois pólos de módulo 10: $H(s) = \frac{ks}{s^2+2\xi 10s+100}$. $|H(j1)|_{(a)} = -40\text{dB} = 0.01 \Rightarrow \frac{|kj1|}{100} = 0.01 \Leftrightarrow |k| = 1$.

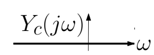
Questão 6 v.f. $= H(0) = a/3$; $1/\tau = 3/b \Leftrightarrow \tau = b/3$. Diminuir $t_s \Leftrightarrow$ diminuir $\tau \Leftrightarrow$ diminuir b.

Problema 1 A resposta é $h(n) = \text{TF}^{-1}\left\{H(e^{j\omega})\right\}$. A resposta em frequência é imediata a partir da equação às diferenças:

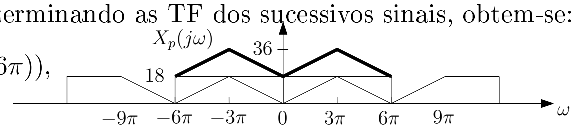
$H(e^{j\omega}) = \dfrac{7-4e^{-j\omega}}{1-\frac{13}{12}e^{-j\omega}+\frac{1}{4}e^{-j2\omega}} = \dfrac{4(-4e^{-j\omega}+7)}{e^{-j2\omega}-\frac{13}{3}e^{-j\omega}+4}$. Raízes do denominador: $e^{-j\omega} = \frac{\frac{13}{3}\pm\sqrt{\frac{169}{9}-16}}{2} = \frac{13}{6}\pm\frac{5}{6} = \left\{3, \frac{4}{3}\right\}$.

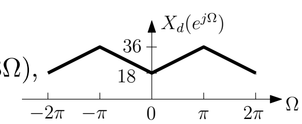
$H(e^{j\omega}) = \dfrac{4(-4e^{-j\omega}+7)}{(e^{-j\omega}-3)(e^{-j\omega}-\frac{4}{3})} = \dfrac{A}{e^{-j\omega}-3} + \dfrac{B}{e^{-j\omega}-\frac{4}{3}}$, com $A = \frac{4(-4\times 3+7)}{3-\frac{4}{3}} = \frac{4(-5)}{\frac{5}{3}} - 12$, $B = \frac{4(-4\frac{4}{3}+7)}{\frac{4}{3}-3} = \frac{4(\frac{5}{3})}{-\frac{5}{3}} = -4$.

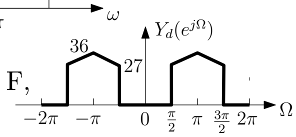
$H(e^{j\omega}) = \dfrac{4}{1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}} + \dfrac{3}{1-\frac{3}{4}e^{-j\omega}}$, pelo que, usando linearidade e uma TF conhecida, $h(n) = \left[4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]u(n)$.

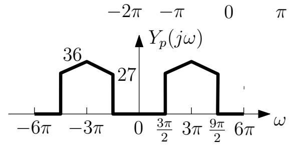
Problema 2 O sinal $x_c(t)$ é de banda limitada, com frequência máxima $\omega_M = 6\pi$. Para $T = 1/18$, a frequência de amostragem é $\omega_s = \frac{2\pi}{1/18} = 36\pi$. Como $\omega_s > 2\omega_M$, não há aliasing, pelo que o sistema $x_c \to y_c$ actua simplesmente como um filtro passa-alto ideal de frequência de corte $\omega_c = \frac{\Omega_c}{T} = \frac{\pi/2}{1/18} = 9\pi$. Assim, $Y_c(j\omega) = X_c(j\omega)H_c(j\omega) = 0$. 

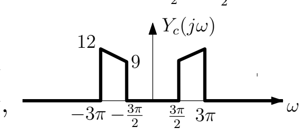
Para $T = \frac{1}{3}$, $\omega_s = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi < 2\omega_M$, pelo que há aliasing. Determinando as TF dos sucessivos sinais, obtem-se:

$X_p(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j(\omega-k\omega_s)) = 3\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j(\omega-k6\pi))$, 

$X_d(e^{j\Omega}) = X_p(j\frac{\Omega}{T})X_p(j3\Omega)$, 

$Y_d(e^{j\Omega}) = X_d(\cdot)H_d(\cdot)$, sendo H_d a resp. freq. de F, 

$Y_p(j\omega) = Y_d(j\frac{\omega}{3})$, 

$Y_c(j\omega) = Y_p(j\omega)H_r(j\omega)$, com $H_r(j\omega) = \begin{cases} 1/3 & |\omega| < 3\pi \\ 0 & |\omega| > 3\pi, \end{cases}$ 

Problema 3 A função de transferência do sistema é $H(s) = \dfrac{1}{s+1} + \dfrac{1}{2}\dfrac{k}{1-ks} = \dfrac{1-ks+\frac{1}{2}k(s+1)}{(s+1)(1-ks)} = \dfrac{1+\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}ks}{(s+1)(1-ks)}$.

Para $k = 0$, $H(s)$ tem um pólo em -1 e não tem zeros, pelo que o sistema é estável.

Para $k \neq 0$, $H(s)$ tem pólos $p_1 = -1$ e $p_2 = \frac{1}{k}$ e zero $z = \frac{1+\frac{1}{2}k}{\frac{1}{2}k} = \frac{2+k}{k}$, pelo que será estável se $p_2 < 0$ ou se $p_2 = z$:

$p_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{k} < 0 \Leftrightarrow k < 0$; $p_2 = z \Leftrightarrow \frac{1}{k} = \frac{2+k}{k} \Leftrightarrow k = -1$. Assim, a gama de valores pedida é $k \in (-\infty, 0]$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas. Em todo o caso, seguem-se expressões de dois sinais nas condições pedidas:*

$$\frac{2\sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right)}{3\pi t}, \qquad \frac{\sin(\pi t)+\sin(2\pi t)}{3\pi t}.$$