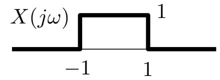
Sinais e Sistemas – 1º teste – 11/4/2019 – Exemplo de resolução

Questão 1 $E_x = 2^2 + 1^2 = 5$.

Questão 2 $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\,dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2\,d\omega$.



$E_x = \frac{1}{2\pi}2 = \frac{1}{\pi}$.

Questão 3.1 $x(t) = Ax_1(t) + Bx_2(t) \to y(t) = 3[Ax_1(t) + Bx_2(t)]u(t) = Ay_1(t) + By_2(t) \Rightarrow$ sistema linear.

Questão 3.2 $x_1(t) = u(t) \to y_1(t) = 3u(t)$; $x_2(t) = x_1(t+1) = u(t+1) \to y_2(t) = 3u(t) \neq y_1(t+1) \Rightarrow$ sistema variante.

Questão 4 $\delta(n) = u(n) - u(n-1) \to h(n) = s(n) - s(n-1) = \delta(n) - \delta(n-1)$.

Questão 5.1 $h(t) \neq K\delta(t) \Rightarrow$ SLIT com memória.

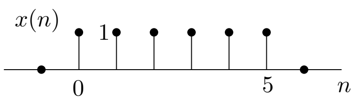
Questão 5.2 $h(t) = 0$ para $t < 0 \Rightarrow$ SLIT causal.

Questão 5.3 $\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)|\,dt = \int_0^{+\infty} 2e^{-t}\,dt = 2 < \infty \Rightarrow$ SLIT estável.

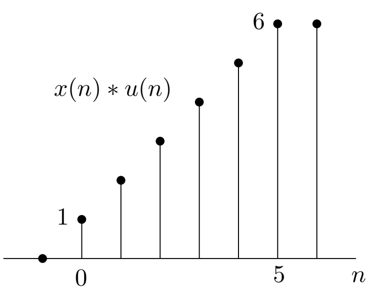
Questão 6 $0 < 4; 5 > 4 \Rightarrow y(t) = 3$.

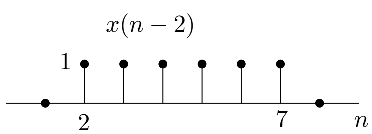
Questão 7 a) e b) não são periódicos; c) e d) são periódicos mas apenas d) admite 2π como período.

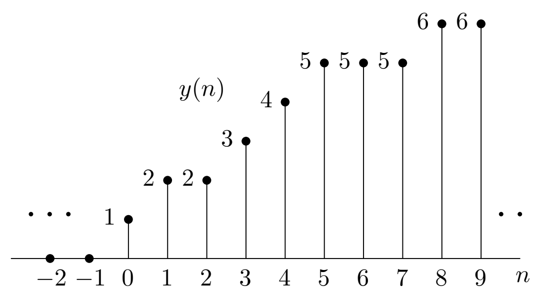
Problema 1 $y(n) = x(n) * h(n) = x(n) * [u(n) - \delta(n-2)] = x(n) * u(n) - x(n) * \delta(n-2) = x(n) * u(n) - x(n-2)$.



$$x(n) * u(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)u(n-k) = u(n) + u(n-1) + u(n-2) + \cdots + u(n-5).$$







Problema 2 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, onde $x_1(t) = \begin{cases} 4 & |t| < 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$ e $x_2(t)$ é periódico de período 4, com $x_2(t) = \begin{cases} 2 & |t| < 1 \\ 0 & 1 < |t| < 2 \end{cases}$.
Como o sistema é linear, a resposta a $x(t)$ é $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$, onde $y_1(t)$ é a resposta a $x_1(t)$ e $y_2(t)$ a resposta a $x_2(t)$.
A TF de $x_1(t)$ é imediata: $X_1(j\omega) = \dfrac{8\sin\omega}{\omega}$. Usando a propriedade da convoluçao, $Y_1(j\omega) = X_1(j\omega)H(j\omega) = \begin{cases} 8 & |\omega| < 2 \\ 0 & |\omega| > 2 \end{cases}$,
que é uma TF conhecida, pelo que $y_1(t) = \mathrm{TF}^{-1}\{Y_1(j\omega)\} = 8\dfrac{\sin(2t)}{\pi t}$.
Os coeficientes da SF de $x_2(t)$ são imediatos: $a_0 = 2\dfrac{2}{4} = 1$ e $a_k = 2\dfrac{\sin(k\pi 2/4)}{k\pi}$ para $k \neq 0$. Pela propriedade da filtragem, os coeficientes da SF de $y_2(t)$ são $b_k = a_k H\left(jk\dfrac{2\pi}{4}\right)$, ou seja, $b_0 = a_0 H(j0) = 1$, $b_1 = a_1 H\left(j\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\dfrac{1}{\pi}\dfrac{\pi/2}{1} = 1$, $b_{-1} = a_{-1}H\left(-j\dfrac{\pi}{2}\right) = 2\dfrac{-1}{-\pi}\dfrac{-\pi/2}{-1} = 1$. Para $k \neq -1, 0, 1$, tem-se $\left|k\dfrac{\pi}{2}\right| > 2$, pelo que $b_k = a_k H\left(jk\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$.
Assim, $y_2(t) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k e^{jk(\pi/2)t} = e^{-j(\pi/2)t} + 1 + e^{-j(\pi/2)t} = 1 + 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)$, pelo que $y(t) = 1 + 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right) + \dfrac{8}{\pi}\dfrac{\sin(2t)}{t}$.

Problema 3 A resposta em frequência é imediata: $H(j\omega) = \dfrac{2j\omega + 3}{j\omega + 3}$. A TF de $x(t)$ também: $X(j\omega) = \dfrac{4}{j\omega + 1}$.
Pela prop. da convolução, a TF de $y(t)$ é $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) = \dfrac{8j\omega + 12}{(j\omega+1)(j\omega+3)} = \dfrac{A}{j\omega + 1} + \dfrac{B}{j\omega + 3}$, onde $A = \frac{8(-1)+12}{-1+3} = 2$ e $B = \frac{8(-3)+12}{-3+1} = 6$. Usando a propriedade da linearidade, $y(t) = \mathrm{TF}^{-1}\{Y(j\omega)\} = \left(2e^{-t} + 6e^{-3t}\right)u(t)$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas.*