Sinais e Sistemas – 2º teste – 14/12/2018 – Exemplo de resolução

Questão 1 $X(e^{j\omega}) = e^{j3\omega} + e^{-j3\omega} \longleftrightarrow x(n) = \delta(n+3) + \delta(n-3)$; $x(0) = \delta(3) + \delta(-3) = 0$.

Questão 2 $\omega_s = 2\pi/0.25 = 8\pi$. Só a condição a) garante que x_c é de banda limitada mas não à banda $]-\omega_s/2, \omega_s/2[$.

Questão 3 $\omega_s = 2\pi/0.2 = 10\pi$. $\omega_c = 0.2\pi/0.2 = \pi$. $H(j\omega) = \begin{cases} 0, & |\omega| < \pi \\ 1, & \pi < |\omega| < 5\pi \\ 0, & |\omega| > 5\pi \end{cases}$

Questão 4 $H(s)$ racional, nºpólos > nºzeros. RC semi-plano direito ⇒ causal; RC $\not\supset$ eixo imaginário ⇒ instável.

Questão 5.1 Zero duplo em $s = 0$, pólo duplo em $s = -10$. $H(s) = \dfrac{ks^2}{(s+10)^2}$. $\lim\limits_{\omega\to+\infty} H(j\omega) = \lim\limits_{\omega\to+\infty} \dfrac{k(j\omega)^2}{(j\omega+10)^2} = k$.
Pelos gráficos, $|H(j\infty)| = 80\text{dB} = 10^4$ e $\arg H(j\infty) = 0$, pelo que $H(j\infty) = 10^4 \Rightarrow k = 10^4$.

Questão 5.2 $x(t) = \cos(1000t) \to y(t) = A\cos(1000t + B)$. $A = |H(j1000)| = 80\text{dB} = 10^4$. $B = \arg H(j1000) = 0$.

Questão 6 Valores finais das respostas: a) 100/1=100, b) 200/2=100, c) 300/4=75, d) 400/6=33.3. Apenas as de a) e b) atingem 95, tendendo ambas para 100. A mais rápida é a de b), já que tem o pólo mais afastado do eixo imaginário.

Problema 1 A TF de $x(n)$ é $X(e^{j\omega}) = \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} = \sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty} [7\delta(n) - 2\delta(n-1)]\, e^{-j\omega n} = 7 - 2e^{-j\omega}$.

A resposta em frequência do SLIT é imediata a partir da equação às diferenças: $H(e^{j\omega}) = \dfrac{1}{1 - e^{-j\omega} + \frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$.

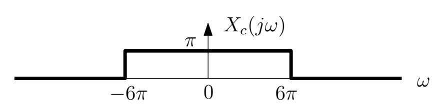
Pela propriedade da convolução, $Y(e^{j\omega}) = Xe^{j\omega})H(e^{j\omega}) = \dfrac{7 - 2e^{-j\omega}}{1 - e^{-j\omega} + \frac{1}{4}e^{-j2\omega}} = \dfrac{-8z + 28}{z^2 - 4z + 4}$, onde $z = e^{-j\omega}$.

$\left[\text{Raízes do denominador: } z_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4\times 4}}{2} = 2\right]$ Assim, tem-se $Y(e^{j\omega}) = \dfrac{-8z+28}{(z-2)^2} = \dfrac{A}{(z-2)^2} + \dfrac{B}{z-2}$,

com $A = -8 \times 2 + 28 = 12$ e $A + B(z-2) = -8z + 28 \Rightarrow B = -8$, ou seja, $Y(e^{j\omega}) = \dfrac{3}{(1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega})^2} + \dfrac{4}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$.

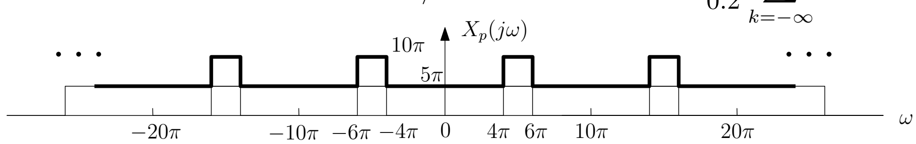
Usando linearidade e TF conhecidas, $y(n) = 3(n+1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n u(n) + 4\left(\dfrac{1}{2}\right)^n u(n) = (3n+7)\,(1/2)^n\, u(n)$.

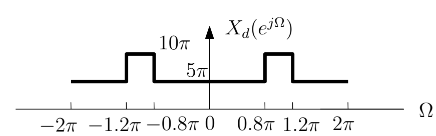
Problema 2 Usando um TF conhecida e a linearidade, é imediato que:



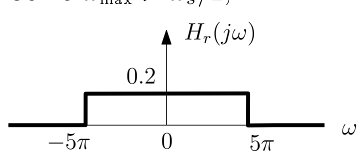
A frequência de amostragem é $\omega_s = 2\pi/0.2 = 10\pi$.

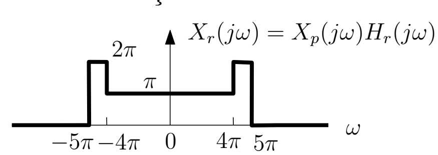
Sabe-se que $X_d(e^{j\Omega}) = X_p(j\omega)|_{\omega=\Omega/0.2=5\Omega}$, onde $X_p(j\omega) = \dfrac{1}{0.2}\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j\omega - k10\pi)$.





Como $\omega_{\max} > \omega_s/2$, não são cumpridas as condições do teorema da amostragem, pelo que $x_r(t) \neq x_c(t)$.





$x_r(t) = \text{TF}^{-1}\{X_r(j\omega\}$.
Usando TF conhecidas e linearidade,

$$x_r(t) = \frac{2\sin(5\pi t)}{t} - \frac{\sin(4\pi t)}{t} = \frac{2\sin(5\pi t) - \sin(4\pi t)}{t}.$$

Problema 3 A função de transferência do SLIT estável é $H(s) = \dfrac{1}{1 - 9/s^2} = \dfrac{s^2}{s^2 - 9} = \dfrac{s^2}{(s+3)(s-3)}$, $-3 < \text{Re}\{s\} < 3$.

A sua resposta ao impulso unitário é $h(t) = \text{TL}^{-1}\{H(s)\}$. $H(s) = 1 + \dfrac{9}{s^2 - 9} = 1 + \dfrac{9}{(s+3)(s-3)} = 1 + \underbrace{\dfrac{A}{s+3}}_{\text{Re}\{s\}>-3} + \underbrace{\dfrac{B}{s-3}}_{\text{Re}\{s\}<3}$;

$A = \frac{9}{-3-3} = -\frac{3}{2}$, $B = \frac{9}{3+3} = \frac{3}{2}$. Usando linearidade e TL conhecidas, $h(t) = \delta(t) - \frac{3}{2}e^{-3t}u(t) - \frac{3}{2}e^{3t}u(-t) = \delta(t) - \frac{3}{2}e^{-3|t|}$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas.*