Sinais e Sistemas – 1º teste – 5/11/2018 – Exemplo de resolução

Questão 1 $x(t) = e^{(3+j4)t}$ é aperiódico.

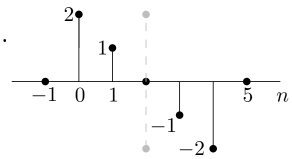
Questão 2 $z(4) = \sum_{k=-\infty}^{4} [3\delta(k-3)]^2 = \sum_{k=-\infty}^{4} 9\delta(k-3) = 9.$

Questão 3.1 $y(\tau)$ não depende de $x(t)$ para $t > \tau \Rightarrow$ sistema causal.

Questão 3.2 $x(t) = 1$ (limitado) origina $y(t) = 2(t+1)1 + 1 = 2t + 3$ (ilimitado) $\Rightarrow$ sistema instável.

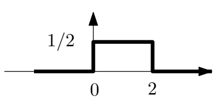
Questão 4.1 SLIT sem memória $\Leftrightarrow h(n) = k\delta(n) \Leftrightarrow s(n) = ku(n)$, pelo que o sistema tem memória.

Questão 4.2 $x(n) = u(n) - u(n-2) \Rightarrow y(n) = s(n) - s(n-2)$.



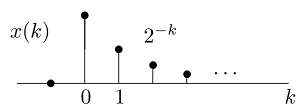
Questão 5 $\omega_0 = \frac{2\pi}{3.5} = \frac{4\pi}{7}$. $\left|k\frac{4\pi}{7}\right| < \pi \Leftrightarrow k \in \{-1, 0, 1\}$.

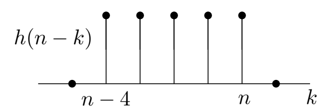
Questão 6



$X(j0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j0t}dt = 1.$

Problema 1 $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k).$





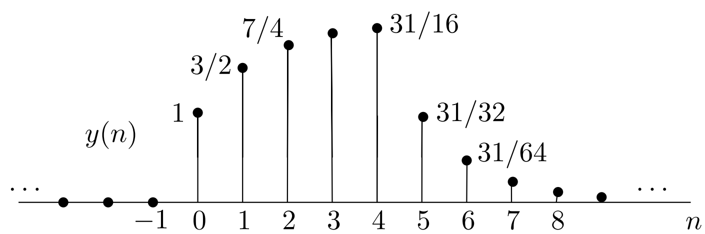
Para $n \leq -1$, $y(n) = 0$.

Para $n \geq 0$ e $n - 4 \leq 0$, ou seja, $0 \leq n \leq 4$, $y(n) = \sum_{k=0}^{n} 2^{-k} = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 2\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n.$

Para $n - 4 \geq 0 \Leftrightarrow n \geq 4$,

$$y(n) = \sum_{k=n-4}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5}{1-\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^n \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} - 1\right] = \left(\frac{1}{2}\right)^n (2^5 - 1) = 31\left(\frac{1}{2}\right)^n.$$



Problema 2 $x(t)$ tem período 4, pelo que $\omega_0 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. Designando $x(t) \overset{\text{SF}}{\longleftrightarrow} a_k$, $y(t) \overset{\text{SF}}{\longleftrightarrow} b_k$, pela propriedade da filtragem, tem-se $b_k = a_k H\left(jk\frac{\pi}{2}\right)$. Como $H\left(jk\frac{\pi}{2}\right) = 0$ para $\left|k\frac{\pi}{2}\right| > 4$, ou seja, $|k| \geq 3$, e $H(j0) = \cos 0 = 1, H\left(j\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, H\left(-j\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $H(j\pi) = \cos\pi = -1, H(-j\pi) = \cos(-\pi) = -1$, temos $b_0 = a_0$, $b_2 = -a_2$, $b_{-2} = -a_{-2}$ e $b_k = 0$ para $k \neq 0, \pm 2$.
Os coeficientes da SF de $x(t)$ podem obter-se usando os do impulso rectangular periódico genérico e as propriedades da linearidade e deslocamento no tempo: $a_2 = \frac{4\sin(2\pi/4)}{2\pi}e^{-j2(\pi/2)(3/2)} = j\frac{2}{\pi}$; como $x(t)$ é real, $a_{-2} = a_2^* = -j\frac{2}{\pi}$; $a_0 = 4 + 4\frac{1}{4} = 5$. Assim, $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k e^{jk\omega_0 t} = b_{-2}e^{-j\pi t} + 5 + b_2 e^{j\pi t} = j\frac{2}{\pi}e^{-j\pi t} + 5 - j\frac{2}{\pi}e^{j\pi t} = 5 + \frac{4}{\pi}\sin(\pi t).$

Problema 3 A resposta em frequência é imediata: $H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2+5j\omega+2}{(j\omega)^2+3j\omega+2} = \frac{(j\omega)^2+5j\omega+2}{(j\omega+1)(j\omega+2)}$. $X(j\omega) = \frac{1}{j\omega+3}$ (conhecida). Pela prop. da convolução, $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2+5j\omega+2}{(j\omega+1)(j\omega+2)(j\omega+3)} = \frac{A}{j\omega+1} + \frac{B}{j\omega+2} + \frac{C}{j\omega+3}$, $A = \frac{(-1)^2+5(-1)+2}{(-1+2)(-1+3)} = -1$, $B = \frac{(-2)^2+5(-2)+2}{(-2+1)(-2+3)} = 4, C = \frac{(-3)^2+5(-3)+2}{(-3+1)(-3+2)} = -2$. Usando a prop. da linearidade, $y(t) = \left(-e^{-t} + 4e^{-2t} - 2e^{-3t}\right)u(t)$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas.*