Sinais e Sistemas – 2º teste – 30/5/2018 – Exemplo de resolução

Questão 1 $\omega_M = 8\pi$; $2\pi/T > 16\pi \Leftrightarrow T < 1/8$.

Questão 2 $\omega_M = 5$; $\omega_s = 2\pi/0.2 = 10\pi > 2\omega_M$. $H_c(j5) = H_d(e^{j5\times 0.2}) = H_d(e^{j1}) = 1$. $y(t) = \cos(5t)$.

Questão 3.1 RC: $\mathrm{Re}(s) > 1$ não contém eixo imaginário $\Rightarrow$ SLIT instável.

Questão 3.2 $H(s) = (s+1)/(s^3 + 2s^2 - 3s) \Leftrightarrow y'''(t) + 2y''(t) - 3y'(t) = x'(t) + x(t)$.

Questão 4.1 $|H(j1)| \simeq 100 = 40\text{dB} \Rightarrow A = 60$.

Questão 4.2 Zero na origem, pólo em -10, pólo em -1000 $\Rightarrow H(s) = ks/[(s+10)(s+1000)]$.

Questão 5 Pólos: $H_1\colon -3$; $H_2\colon -2 \pm j\alpha$; $H_3\colon -3, -3$; $H_4\colon -1, -4$. Demora mais a estabilizar a resposta de H_4.

Problema 1 A TF de $x(n)$ é: $X(e^{j\omega}) = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [7\delta(n) - 2\delta(n-1)]\, e^{-j\omega n} = 7 - 2e^{-j\omega}$.

A resposta em frequência do SLIT é imediata a partir da equação às diferenças: $H(e^{j\omega}) = \dfrac{1}{1 - e^{-j\omega} + \frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$.

Pela propriedade da convolução, $Y(e^{j\omega}) = Xe^{j\omega})H(e^{j\omega}) = \dfrac{7 - 2e^{-j\omega}}{1 - e^{-j\omega} + \frac{1}{4}e^{-j2\omega}} = \dfrac{-8z + 28}{z^2 - 4z + 4}$, onde $z = e^{-j\omega}$.

$\left[\text{Raízes do denominador: } \frac{4\pm\sqrt{4^2 - 4\times 4}}{2} = 2\right]$ Assim, tem-se $Y(e^{j\omega}) = \dfrac{-8z + 28}{(z-2)^2} = \dfrac{A}{(z-2)^2} + \dfrac{B}{z-2}$,

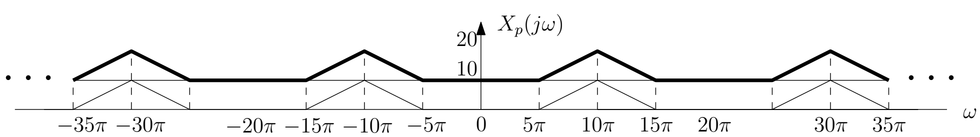
com $A = -8 \times 2 + 28 = 12$ e $A + B(z-2) = -8z + 28 \Rightarrow B = -8$, ou seja, $Y(e^{j\omega}) = \dfrac{3}{(1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega})^2} + \dfrac{4}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$.

Usando linearidade e TF conhecidas, $y(n) = 3(n+1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^n u(n) + 4\left(\dfrac{1}{2}\right)^n u(n) = (3n+7)\,(1/2)^n\, u(n)$.

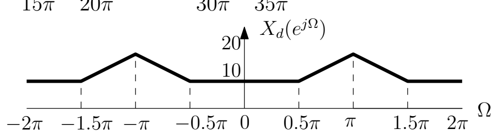
Problema 2 A função de transferência do sistema $x(t) \to y(t)$ é $H(s) = \dfrac{K(s+1)/(s^2-4)}{1 - K(s+1)/(s^2-4)} = \dfrac{K(s+1)}{s^2 - 4 - K(s+1)}$.
Para $K = 0$, tem-se $H(s) = 0$, pelo que o sistema é estável.
Para $K \neq 0$, o sistema é estável se e só se os pólos estão no semiplano complexo esquerdo. Pólos: $s = \dfrac{K \pm \sqrt{K^2 + 4K + 16}}{2}$.
Como $K^2 + 4K + 16 > 0$, os pólos são reais, pelo que o sistema é estável se e só se o pólo mais à direita é negativo:

$$K + \sqrt{K^2 + 4K + 16} < 0 \iff \sqrt{K^2 + 4K + 16} < -K \overset{(-K>0)}{\iff} K^2 + 4K + 16 < K^2 \iff K < -4.$$

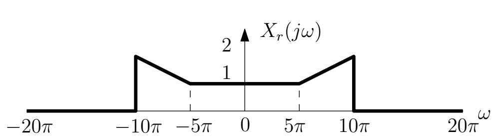
Problema 3.1 $\omega_M = 15\pi$ e $\omega_s = 2\pi/0.1 = 20\pi$, pelo que há *aliasing*. É conveniente começar por esboçar a TF de $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_c(t)\delta(t - nT)$, que se sabe ser $X_p(j\omega) = (1/T)\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j(\omega - k\omega_s)) = 10\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_c(j(\omega - k20\pi))$:



A TF de $x_d(n)$ é simplesmente $X_d(e^{j\Omega}) = X_p(j\Omega/T) = X_p(j10\Omega)$:



A TF de $x_r(t)$ é $X_r(j\omega) = X_p(j\omega)H_r(j\omega)$, onde H_r é passa-baixo ideal de frequência de corte $\omega_s/2 = 10\pi$ e ganho $T = 0.1$, ou seja:



Problema 3.2 *Recorra a uma aula de dúvidas.*