Sinais e Sistemas – Exame

Data: 11/6/2018. Duração: 3 horas

Número:	Nome:

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 11, indique as suas respostas, com cruzes, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 11

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 2	a	b	c	d			
Questão 3	a	b	c	d			
Questão 4	a	b	c	d			
Questão 5	a	b	c	d			
Questão 6	a	b	c	d	e	f	g
Questão 7	a	b	c	d			
Questão 8	a	b	c	d	e	f	
Questão 9.1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 9.2	a	b	c	d			
Questão 10	a	b	c	d	e	f	
Questão 11.1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 11.2	a	b	c	d	e	f	
Questão 11.3	a	b	c	d	e	f	

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo discreto $x(n) = \sin(5n)$ ou a afirmação verdadeira.

a) $2\pi/5$ b) $\pi/5$ c) 2π d) 2 e) 5 f) 10 g) $x(n)$ não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema de tempo contínuo com relação entrada-saída $y(t) = x(3t)$.
Indique a expressão da sua resposta ao sinal $x(t) = u(t) - u(t-6)$.

a) $y(t) = u(t) - u(t-18)$ b) $y(t) = u(3t) - u(t-18)$ c) $y(t) = u(t) - u(t-2)$ d) $y(t) = u(3t) - u(t-6)$

Questão 3 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = n^2 x(n)$. Classifique-o quanto a linearidade e invariância no tempo.

a) Linear e variante b) Linear e invariante c) Não linear e variante d) Não linear e invariante

Questão 4 (0.75 valores)

Considere o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(t) = tu(t)$. Classifique-o quanto a memória e estabilidade.

a) Com memória e estável b) Sem memória e estável c) Com memória e instável d) Sem memória e instável

Questão 5 (0.75 valores)

A resposta de um SLIT ao degrau unitário $u(n)$ é $s(n) = nu(n-5)$. Indique a sua resposta $y(n)$ ao sinal $x(n) = 2u(n-3)$.

a) $y(n) = 2nu(n-3)$ b) $y(n) = 2nu(n-8)$ c) $y(n) = 2(n-3)u(n-3)$ d) $y(n) = 2(n-3)u(n-8)$

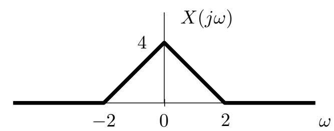
Questão 6 (0.75 valores)

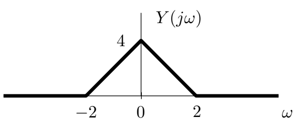
O sinal $\sin(2t)$ está à entrada do SLIT real com resposta em frequência $H(j\omega) = j\omega^3$. Indique a expressão da saída.

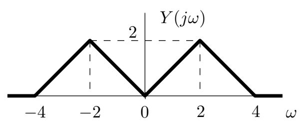
a) 0 b) $\sin(2t)$ c) $\cos(2t)$ d) $8\sin(2t)$ e) $8\cos(2t)$ f) $\sin(8t)$ g) $\cos(8t)$

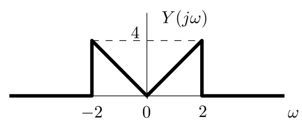
Questão 7 (0.75 valores)

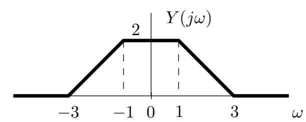
O sinal $x(t)$ tem a TF $X(j\omega)$, ao lado esboçada.
Indique o esboço da TF de $y(t) = x(t)\cos(2t)$.
(As transformadas são nulas excepto na região esboçada.)



a) 

b) 

c) 

d) 

Questão 8 (0.75 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto com resposta em frequência $H(e^{j\omega}) = \dfrac{e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{4}e^{-j2\omega}}$.

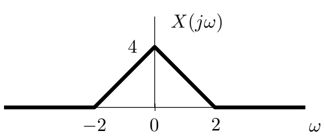
Indique a equação às diferenças que o rege. (Como habitualmente, x designa a entrada e y designa a saída.)

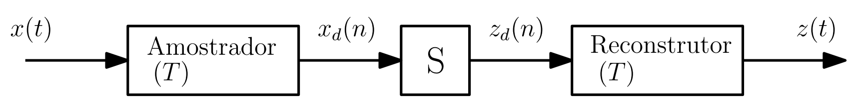
a) $y(n) - \frac{1}{4}y(n-2) = x(n-1)$ b) $y(n) - y(n-1) = \frac{1}{4}x(n-2)$ c) $\frac{1}{4}y(n) - y(n-2) = x(n-1)$

d) $y(n-1) = x(n) - \frac{1}{4}x(n-2)$ e) $\frac{1}{4}y(n-2) = x(n) - x(n-1)$ f) $\frac{1}{4}y(n-1) = x(n) - x(n-2)$

Questão 9

Considere o sistema seguinte, onde o amostrador e reconstrutor são ideais e S é um filtro real, passa-alto ideal de frequência de corte $\Omega_c = 1$ e o sinal de entrada $x(t)$ cuja TF $X(j\omega)$ está esboçada.





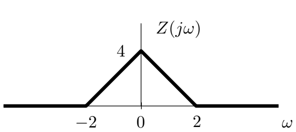
9.1 (0.75 valores)

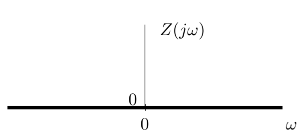
Que condição deve ser imposta a T para que se cumpram as condições exigidas pelo teorema da amostragem?

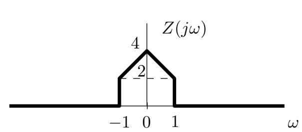
a) $T = \pi$ b) $T > \pi$ c) $T = 2\pi$ d) $T < 2\pi$ e) $T > \pi/2$ f) $T < \pi/2$ g) $T < 4$

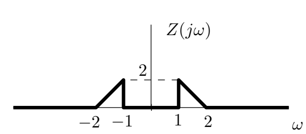
9.2 (0.75 valores)

Sendo $T = 0.1$, indique o esboço da TF de $z(t)$. (Transformadas nulas excepto na região esboçada.)

a) 

b) 

c) 

d) 

Questão 10 (0.75 valores)

Considere o SLIT estável que se rege pela equação diferencial $y''(t) - 9y(t) = x'(t) + 2x(t)$, onde: x–entrada, y–saída. Indique a sua função de transferência (expressão e região de convergência).

a) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+2}{e^{-2s}-9}\,,\;\; \mathrm{Re}(s) > 9$ b) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+2}{e^{-2s}-9}\,,\;\; -9 < \mathrm{Re}(s) < 9$ c) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+2}{e^{-2s}-9}\,,\;\; \mathrm{Re}(s) > -9$

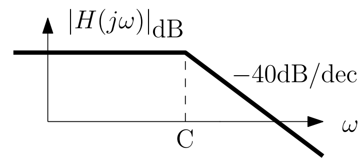
d) $H(s) = \dfrac{s+2}{s^2-9}\,,\;\; \mathrm{Re}(s) > 3$ e) $H(s) = \dfrac{s+2}{s^2-9}\,,\;\; -3 < \mathrm{Re}(s) < 3$ f) $H(s) = \dfrac{s+2}{s^2-9}\,,\;\; \mathrm{Re}(s) > -3$

Questão 11

Considere o sistema de segunda ordem sem zeros e com pólos em $-a \pm jb$, com $a > 0$, $b > 0$.

11.1 (0.75 valores)

Como sabe, a aproximação assimptótica do seu diagrama de Bode de amplitude é da forma ao lado representada. Indique como se relaciona C com a e b.



a) $C = a$ b) $C = b$ c) $C = a + jb$ d) $C = a^2 + b^2$ e) $C = \sqrt{a^2+b^2}$ f) $C = a/b$ g) $C = b/a$

11.2 (0.75 valores)

Caso se pretenda que a sua resposta em frequência não exiba pico de ressonância, ou seja, que o diagrama de Bode de amplitude real tenha comportamento monótono, que condição devem satisfazer os valores de a e b?

a) $a \le b$ b) $b \le a$ c) $a \le \sqrt{2}/2$ d) $b \le \sqrt{2}/2$ e) $a^2 + b^2 \le \sqrt{2}/2$ f) $\sqrt{a^2+b^2} \le \sqrt{2}/2$

11.3 (0.75 valores)

Como sabe, a resposta deste sistema ao degrau unitário converge através de uma oscilação amortecida. Caso se pretenda que a frequência angular desta oscilação não exceda 5 rad/s, que condição devem satisfazer os valores de a e b?

a) $a \le 5b$ b) $b \le 5a$ c) $a \le 5$ d) $b \le 5$ e) $a^2 + b^2 \le 5$ f) $\sqrt{a^2+b^2} \le 5$

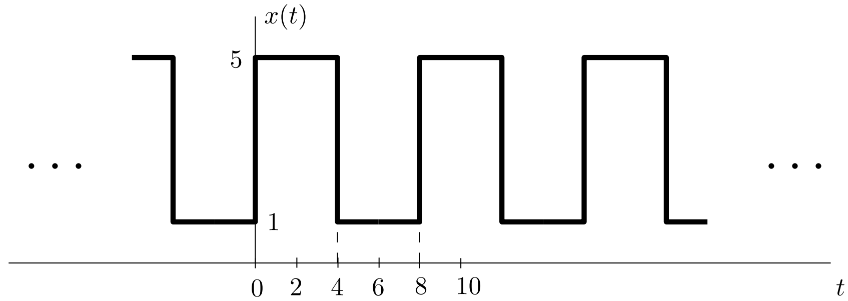
Problema 1 (1.25 valores)

O SLIT com resposta ao impulso unitário $h(n) = 2^n\,[u(n) - u(n-10)]$ tem à entrada o sinal $x(n) = \left(\dfrac{1}{3}\right)^n u(n)$.

Determine o sinal de saída $y(n)$.

Problema 2 (1.25 valores)

O sinal periódico $x(t)$ abaixo esboçado está à entrada de um filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal de frequência de corte $\omega_c = 2$ rad/s.



Determine e esboce o sinal de saída $y(t)$.

Problema 3 (1.25 valores)

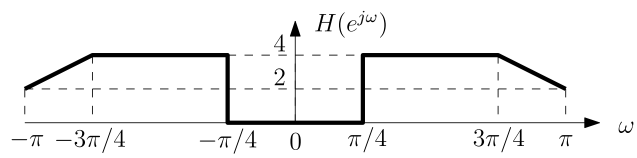
O sinal de tempo contínuo $x(t)$ tem a transformada de Fourier seguinte:

$$X(j\omega) = \begin{cases} 3\omega & \text{se } |\omega| \leq 2 \\ 0 & \text{se } |\omega| > 2\,. \end{cases}$$

O sinal $x(t)$ é real? Determine a sua expressão.

Problema 4 (1.25 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta em frequência (para $|\omega| < \pi$) é a seguinte:



Determine a sua resposta $y(n)$ ao sinal de entrada $x(n) = \dfrac{\sin(2n)}{n}$.

Problema 5 (1.25 valores)

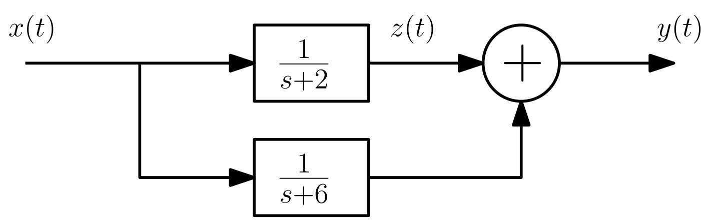
A transformada de Fourier do sinal de tempo contínuo $x_c(t) = \dfrac{2\sin^2(3\pi t)}{\pi t^2}$ é dada por $X_c(j\omega) = \begin{cases} 6\pi - |\omega| & \text{se } |\omega| < 6\pi \\ 0 & \text{se } |\omega| \geq 6\pi\,. \end{cases}$

Este sinal está à entrada de um amostrador ideal com período de amostragem $T = 0.2$.

Determine a expressão do sinal de saída $x_d(n)$ e esboce a sua transformada de Fourier $X_d(e^{j\Omega})$.

Problema 6 (1.25 valores)

No sistema da figura seguinte, para um dado sinal de entrada $x(t)$, obtem-se $y(t) = \left(e^{-2t} - \dfrac{2}{3}e^{-3t} - \dfrac{1}{3}e^{-6t}\right)u(t)$.



Nessas condições, determine a expressão do sinal $z(t)$.

Problema 7 (2 valores)

Um sinal de tempo contínuo $p(t)$, periódico de período fundamental T, é sujeito ao processamento seguinte:

1. Determinam-se os coeficientes da sua série de Fourier (SF), a_k.
2. Define-se um sinal de tempo discreto através de $x(n) = a_n$.
3. Usa-se $x(n)$ à entrada de um filtro real, passa-baixo ideal de frequência de corte $\Omega_c = \pi/2$, obtendo a saída $y(n)$.
4. Define-se uma nova sequência de coeficientes através de $b_k = y(k)$.
5. Determina-se o sinal de tempo contínuo $q(t)$ que tem SF de coeficientes b_k e período fundamental T.

Expresse, de forma tão simples quanto possível, a relação entre $q(t)$ e $p(t)$.

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 11/6/2018. Duração: 3 horas

Número:	Nome:

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 11, indique as suas respostas, com cruzes, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 11

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 2	a	b	c	d			
Questão 3	a	b	c	d			
Questão 4	a	b	c	d			
Questão 5	a	b	c	d			
Questão 6	a	b	c	d	e	f	g
Questão 7	a	b	c	d			
Questão 8	a	b	c	d	e	f	
Questão 9.1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 9.2	a	b	c	d			
Questão 10	a	b	c	d	e	f	
Questão 11.1	a	b	c	d	e	f	g
Questão 11.2	a	b	c	d	e	f	
Questão 11.3	a	b	c	d	e	f	

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo discreto $x(n) = \sin(3n)$ ou a afirmação verdadeira.

a) $x(n)$ não é periódico   b) $2\pi/3$ c) $\pi/3$ d) 2π e) 2   f) 3   g) 6

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema de tempo contínuo com relação entrada-saída $y(t) = x(2t)$.
Indique a expressão da sua resposta ao sinal $x(t) = u(t) - u(t-8)$.

a) $y(t) = u(t) - u(t-16)$ b) $y(t) = u(2t) - u(t-8)$ c) $y(t) = u(2t) - u(t-16)$ d) $y(t) = u(t) - u(t-4)$

Questão 3 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = nx(n)$. Classifique-o quanto a linearidade e invariância no tempo.

a) Linear e invariante   b) Linear e variante   c) Não linear e invariante   d) Não linear e variante

Questão 4 (0.75 valores)

Considere o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(t) = t^2u(t)$. Classifique-o quanto a estabilidade e memória.

a) Estável e com memória   b) Estável e sem memória   c) Instável e com memória   d) Instável e sem memória

Questão 5 (0.75 valores)

A resposta de um SLIT ao degrau unitário $u(n)$ é $s(n) = nu(n-2)$. Indique a sua resposta $y(n)$ ao sinal $x(n) = 3u(n-5)$.

a) $y(n) = 3nu(n-5)$ b) $y(n) = 3nu(n-7)$ c) $y(n) = 3(n-5)u(n-7)$ d) $y(n) = 3(n-5)u(n-5)$

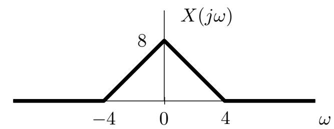
Questão 6 (0.75 valores)

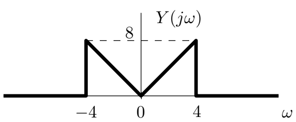
O sinal $\sin(2t)$ está à entrada do SLIT real com resposta em frequência $H(j\omega) = j\omega^3$. Indique a expressão da saída.

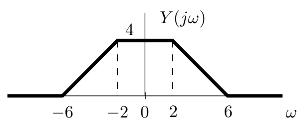
a) $\sin(2t)$ b) $\cos(2t)$ c) $\sin(8t)$ d) $\cos(8t)$ e) $8\sin(2t)$ f) $8\cos(2t)$ g) 0

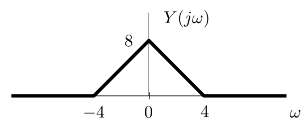
Questão 7 (0.75 valores)

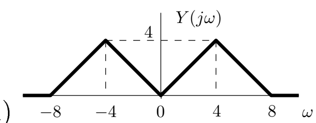
O sinal $x(t)$ tem a TF $X(j\omega)$, ao lado esboçada.
Indique o esboço da TF de $y(t) = x(t)\cos(4t)$.
(As transformadas são nulas excepto na região esboçada.)



a) 

b) 

c) 

d) 

Questão 8 (0.75 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto com resposta em frequência $H(e^{j\omega}) = \dfrac{e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{9}e^{-j2\omega}}$.

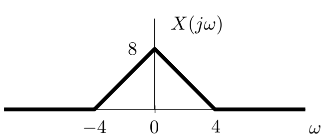
Indique a equação às diferenças que o rege. (Como habitualmente, x designa a entrada e y designa a saída.)

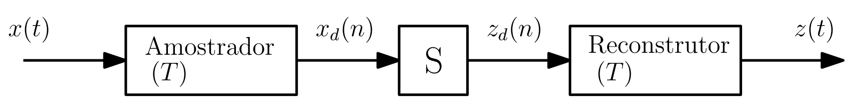
a) $y(n-1) = x(n) - \frac{1}{9}x(n-2)$ b) $\frac{1}{9}y(n-2) = x(n) - x(n-1)$ c) $\frac{1}{9}y(n-1) = x(n) - x(n-2)$

d) $y(n) - \frac{1}{9}y(n-2) = x(n-1)$ e) $y(n) - y(n-1) = \frac{1}{9}x(n-2)$ f) $\frac{1}{9}y(n) - y(n-2) = x(n-1)$

Questão 9

Considere o sistema seguinte, onde o amostrador e reconstrutor são ideais e S é um filtro real, passa-alto ideal de frequência de corte $\Omega_c = 2$ e o sinal de entrada $x(t)$ cuja TF $X(j\omega)$ está esboçada.





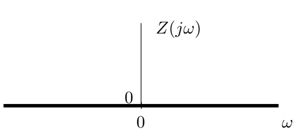
9.1 (0.75 valores)

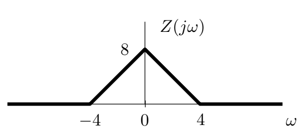
Que condição deve ser imposta a T para que se cumpram as condições exigidas pelo teorema da amostragem?

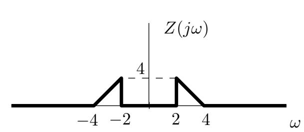
a) $T < 8$ b) $T = \pi$ c) $T > \pi$ d) $T = 4\pi$ e) $T < 4\pi$ f) $T > \pi/4$ g) $T < \pi/4$

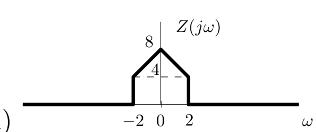
9.2 (0.75 valores)

Sendo $T = 0.2$, indique o esboço da TF de $z(t)$. (Transformadas nulas excepto na região esboçada.)

a) 

b) 

c) 

d) 

Questão 10 (0.75 valores)

Considere o SLIT estável que se rege pela equação diferencial $y''(t) - 4y(t) = x'(t) + 3x(t)$, onde: x–entrada, y–saída. Indique a sua função de transferência (expressão e região de convergência).

a) $H(s) = \dfrac{s+3}{s^2-4}$, $\mathrm{Re}(s) > 2$ b) $H(s) = \dfrac{s+3}{s^2-4}$, $\mathrm{Re}(s) > -2$ c) $H(s) = \dfrac{s+3}{s^2-4}$, $-2 < \mathrm{Re}(s) < 2$

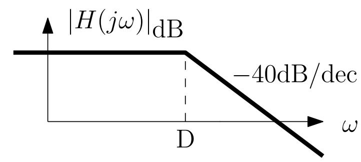
d) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+3}{e^{-2s}-4}$, $\mathrm{Re}(s) > 4$ e) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+3}{e^{-2s}-4}$, $\mathrm{Re}(s) > -4$ f) $H(s) = \dfrac{e^{-s}+3}{e^{-2s}-4}$, $-4 < \mathrm{Re}(s) < 4$

Questão 11

Considere o sistema de segunda ordem sem zeros e com pólos em $-a \pm jb$, com $a > 0$, $b > 0$.

11.1 (0.75 valores)

Como sabe, a aproximação assimptótica do seu diagrama de Bode de amplitude é da forma ao lado representada. Indique como se relaciona D com a e b.



a) $D = a + jb$ b) $D = a$ c) $D = b$ d) $D = a/b$ e) $D = b/a$ f) $D = \sqrt{a^2+b^2}$ g) $D = a^2 + b^2$

11.2 (0.75 valores)

Caso se pretenda que a sua resposta em frequência não exiba pico de ressonância, ou seja, que o diagrama de Bode de amplitude real tenha comportamento monótono, que condição devem satisfazer os valores de a e b?

a) $\sqrt{a^2+b^2} \le \sqrt{2}/2$ b) $a^2 + b^2 \le \sqrt{2}/2$ c) $b \le \sqrt{2}/2$ d) $a \le \sqrt{2}/2$ e) $b \le a$ f) $a \le b$

11.3 (0.75 valores)

Como sabe, a resposta deste sistema ao degrau unitário converge através de uma oscilação amortecida. Caso se pretenda que a frequência angular desta oscilação não exceda 3 rad/s, que condição devem satisfazer os valores de a e b?

a) $a \le 3$ b) $b \le 3$ c) $\sqrt{a^2+b^2} \le 3$ d) $a^2 + b^2 \le 3$ e) $a \le 3b$ f) $b \le 3a$

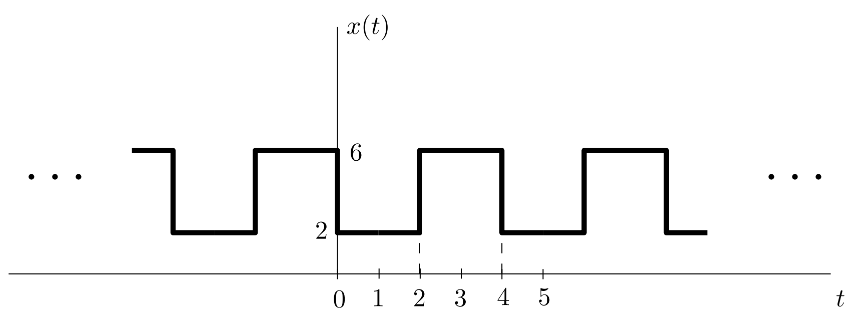
Problema 1 (1.25 valores)

O SLIT com resposta ao impulso unitário $h(n) = 3^n\,[u(n) - u(n-10)]$ tem à entrada o sinal $x(n) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n u(n)$.

Determine o sinal de saída $y(n)$.

Problema 2 (1.25 valores)

O sinal periódico $x(t)$ abaixo esboçado está à entrada de um filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal de frequência de corte $\omega_c = 4$ rad/s.



Determine e esboce o sinal de saída $y(t)$.

Problema 3 (1.25 valores)

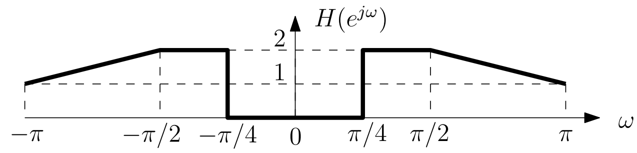
O sinal de tempo contínuo $x(t)$ tem a transformada de Fourier seguinte:

$$X(j\omega) = \begin{cases} 2\omega & \text{se } |\omega| \leq 3 \\ 0 & \text{se } |\omega| > 3\,. \end{cases}$$

O sinal $x(t)$ é real? Determine a sua expressão.

Problema 4 (1.25 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta em frequência (para $|\omega| < \pi$) é a seguinte:



Determine a sua resposta $y(n)$ ao sinal de entrada $x(n) = \dfrac{\sin(n)}{n}$.

Problema 5 (1.25 valores)

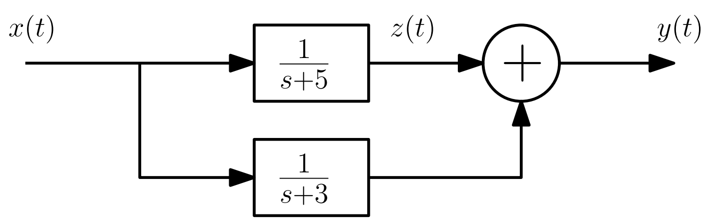
A transformada de Fourier do sinal de tempo contínuo $x_c(t) = \dfrac{2\sin^2(2\pi t)}{\pi t^2}$ é dada por $X_c(j\omega) = \begin{cases} 4\pi - |\omega| & \text{se } |\omega| < 4\pi \\ 0 & \text{se } |\omega| \geq 4\pi\,. \end{cases}$

Este sinal está à entrada de um amostrador ideal com período de amostragem $T = 0.4$.

Determine a expressão do sinal de saída $x_d(n)$ e esboce a sua transformada de Fourier $X_d(e^{j\Omega})$.

Problema 6 (1.25 valores)

No sistema da figura seguinte, para um dado sinal de entrada $x(t)$, obtem-se $y(t) = \left(\dfrac{4}{3}e^{-2t} - e^{-3t} - \dfrac{1}{3}e^{-5t}\right) u(t)$.



Nessas condições, determine a expressão do sinal $z(t)$.

Problema 7 (2 valores)

Um sinal de tempo contínuo $p(t)$, periódico de período fundamental T, é sujeito ao processamento seguinte:

1. Determinam-se os coeficientes da sua série de Fourier (SF), a_k.
2. Define-se um sinal de tempo discreto através de $x(n) = a_n$.
3. Usa-se $x(n)$ à entrada de um filtro real, passa-baixo ideal de frequência de corte $\Omega_c = \pi/2$, obtendo a saída $y(n)$.
4. Define-se uma nova sequência de coeficientes através de $b_k = y(k)$.
5. Determina-se o sinal de tempo contínuo $q(t)$ que tem SF de coeficientes b_k e período fundamental T.

Expresse, de forma tão simples quanto possível, a relação entre $q(t)$ e $p(t)$.