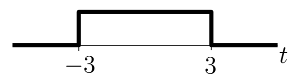
Sinais e Sistemas – 1º teste – 6/11/2017 – Exemplo de resolução

Questão 1 $x(8) = x(8-11) = x(-3) = -3$.

Questão 2.1 $h(t) = \displaystyle\int_{t-3}^{t+3} \delta(\tau)\, d\tau = u(\tau)\Big|_{t-3}^{t+3} = u(t+3) - u(t-3)$.



Questão 2.2 $y(t) = \int a x_1(\tau) + b x_2(\tau)\, d\tau = a \int x_1(\tau)\, d\tau + b \int x_2(\tau)\, d\tau = a y_1(t) + b y_2(t) \Rightarrow$ linear.

Questão 2.3 $\displaystyle\int_{t-3}^{t+3} x(\tau - t_0)\, d\tau = \int_{t-3-t_0}^{t+3-t_0} x(\sigma)\, d\sigma = y(t-t_0) \Rightarrow$ invariante.

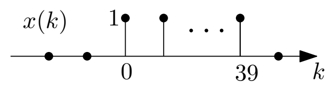
Questão 3 Causal ($h(n) = 0$ para $n < 0$). Instável ($\sum_n 5\delta(n) + 3u(n) = \infty$). Com memória ($h(1) = 3 \neq 0$).

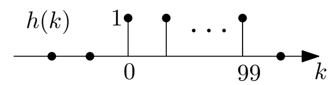
Questão 4.1 $H(j2) = 8/(2+j2)^2$, $|H(j2)| = 8/(4+4) = 1, \angle H(j2) = -2\pi/4 = -\pi/2$. $y(t) = \cos(2t - \pi/2)$.

Questão 4.2 $h(t) = 8te^{-2t}u(t)$.

Questão 5 $x(2) = 4$.

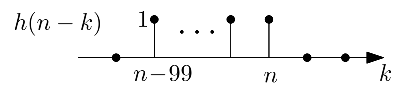
Problema 1 $y(n) = x(n) * h(n) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$





Para $n \leq -1$, $y(n) = 0$.

Para $n \geq 0$ e $n \leq 39 \Leftrightarrow 0 \leq n \leq 39$, $y(n) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} 1 \times 1 = n + 1$

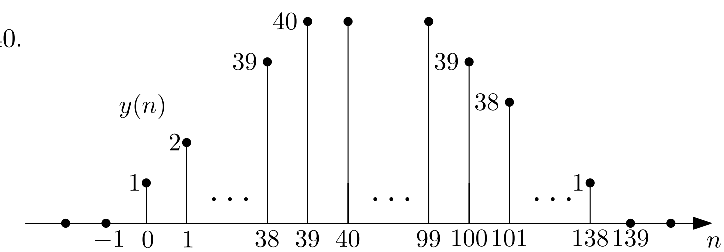


Para $n \geq 39$ e $n - 99 \leq 0 \Leftrightarrow 39 \leq n \leq 99$, $y(n) = \displaystyle\sum_{k=0}^{39} 1 = 40$.

Para $n - 99 \geq 0$ e $n - 99 \leq 39 \Leftrightarrow 99 \leq n \leq 138$,

$y(n) = \displaystyle\sum_{k=n-99}^{39} 1 = 39 - (n-99) + 1 = 139 - n$.

Para $n - 99 \geq 40 \Leftrightarrow n \geq 139$, $y(n) = 0$.



Problema 2 $x(t)$ e $y(t)$ são periódicos, pelo que têm série de Fourier (SF): $x(t) \leftrightarrow a_k$, $y(t) \leftrightarrow b_k$.
Vê-se que $x(t)$ tem período $T = 8$, pelo que a sua frequência fundamental é $\omega_0 = 2\pi/T = \pi/4$.
Sabe-se que em geral a frequência fundamental da saída é igual à da entrada, o mesmo acontecendo com o seu período.
Vê-se que a sinusoide tem um máximo em $t = 3$, que é o ponto médio entre os mínimos em $t = 7$ e $t = -1$ (período anterior), valor médio 4 e amplitude 4, ou seja, a sua expressão é $y(t) = 4 + 4\cos(\omega_0(t-3)) = 4 + 2e^{j(\omega_0(t-3)} + 2e^{-j(\omega_0(t-3)} = 4 + 2e^{-j3\omega_0}e^{j\omega_0 t} + 2e^{j3\omega_0}e^{-j\omega_0 t}$, pelo que $b_0 = 4$ e $b_1 = 2e^{-j3\omega_0}$.
É imediato que $a_0 = 3$ (valor médio de $x(t)$). Para $k \neq 0$, usando uma SF conhecida, $a_k = \frac{2\sin(k\pi 4/8)}{k\pi}$, pelo que $a_1 = 2/\pi$.
Pela propiedade da filtragem, $b_k = H(jk\omega_0)a_k$, pelo que $H(j0) = b_0/a_0 = 4/3$ e $H(j\omega_0) = b_1/a_1 = \pi e^{-j3\omega_0}$.
Pela expressão dada para a resposta em frequência $H(j\omega)$, tem-se $H(j0) = A$ e $H(j\omega_0) = (A + B\omega_0^2)e^{jC\omega_0}$, pelo que:
$A = 4/3$, $A + B\omega_0^2 = \pi \Leftrightarrow B = (\pi - 4/3)/(\pi/4)^2 \simeq 2.93$ e $C\omega_0 = -3\omega_0 \Leftrightarrow C = -3$.

Problema 3 A resposta em frequência do SLIT é imediata a partir da equação diferencial: $H(j\omega) = \dfrac{j\omega + 5}{(j\omega)^2 + 6j\omega + 8}$.
Usando a propriedade da linearidade e uma TF conhecida, $X(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega + 1} + \dfrac{1}{j\omega + 3} = \dfrac{2j\omega + 4}{(j\omega+1)(j\omega+3)}$.
Pela propriedade da convolução, $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) = \dfrac{2(j\omega+2)}{(j\omega+1)(j\omega+3)} \dfrac{j\omega+5}{(j\omega+2)(j\omega+4)} = \dfrac{2(j\omega+5)}{(j\omega+1)(j\omega+3)(j\omega+4)} =$
$= \dfrac{A}{j\omega+1} + \dfrac{B}{j\omega+3} + \dfrac{C}{j\omega+4}$, onde $A = \dfrac{2(-1+5)}{(-1+3)(-1+4)} = \dfrac{4}{3}$, $B = \dfrac{2(-3+5)}{(-3+1)(-3+4)} = -2$, $C = \dfrac{2(-4+5)}{(-4+1)(-4+3)} = \dfrac{2}{3}$.
Assim, usando linearidade uma TF conhecida, $y(t) = \dfrac{4}{3}e^{-t}u(t) - 2e^{-3t}u(t) + \dfrac{2}{3}e^{-4t}u(t) = \left(\dfrac{4}{3}e^{-t} - 2e^{-3t} + \dfrac{2}{3}e^{-4t}\right)u(t)$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas.*