

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 18/1/2018. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 9, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 5 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 9

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 2	a	b	c	d	e	f		
Questão 3	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 4	a	b	c	d				
Questão 5.1	a	b	c	d	e			
Questão 5.2	a	b	c	d	e			
Questão 6	a	b	c	d				
Questão 7.1	a	b						
Questão 7.2	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 8.1	a	b	c	d	e	f		
Questão 8.2	a	b	c	d				
Questão 8.3	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 8.4	a	b	c	d	e			
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo discreto $x(n) = 2 + e^{j(3\pi/5)n}$ ou a afirmação verdadeira.

- a) $x(n)$ não é periódico b) $3\pi/5$ c) $6\pi/5$ d) $10/3$ e) 2 f) 3 g) 5 h) 10

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(t) = x(3t - 6)$. Indique a expressão da sua resposta ao degrau unitário.

- a) 0 b) $u(t)$ c) $u(2t)$ d) $u(3t)$ e) $u(t - 2)$ f) $u(t - 6)$

Questão 3 (0.75 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto de resposta ao impulso unitário $h(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)u(n)$.

Sendo $s(n)$ a sua resposta ao degrau unitário, indique o valor de $s(2)$.

- a) 0 b) 1 c) -1 d) 2 e) -2 f) 3 g) -3

Questão 4 (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e causalidade o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(t) = [3 + e^{-2t}]u(t)$.

- a) Estável, não-causal b) Instável, causal c) Estável, causal d) Instável, não-causal

Questão 5

Indique as respostas do filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal de frequência de corte 2, aos seguintes sinais.

- 5.1 (0.75 valores) Sinal $x(t)$, periódico de período 3, cuja expansão em série de Fourier tem coeficientes $a_k = e^{-4|k|}$.
- a) $y(t) = 0$ b) $y(t) = 1$ c) $y(t) = e^{-4}e^{j\frac{2\pi}{3}t}$ d) $y(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$ e) $y(t) = 1 + 2e^{-4}\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$

5.2 (0.75 valores) Sinal $\delta(t)$.

- a) $h(t) = 0$ b) $h(t) = 1$ c) $h(t) = \delta(t)$ d) $h(t) = \cos(2t)$ e) $h(t) = \frac{\sin(2t)}{\pi t}$

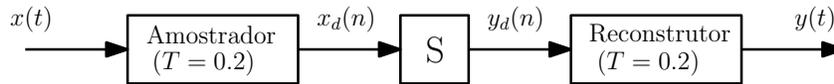
Questão 6 (0.75 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT causal que se rege pela equação às diferenças $y(n) + \frac{1}{3}y(n-2) = x(n-1)$.

- a) $H(e^{j\omega}) = \frac{j\omega}{1 + \frac{1}{3}(j\omega)^2}$ b) $H(e^{j\omega}) = \frac{(j\omega)^2}{1 + \frac{1}{3}j\omega}$ c) $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{3}e^{-j2\omega}}$ d) $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j2\omega}}{1 + \frac{1}{3}e^{-j\omega}}$

Questão 7

Na figura seguinte, $x(t)$ é tal que $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| > 3$ e S é um filtro passa-baixo ideal de frequência de corte 0.1.



7.1 (0.75 valores) O conhecimento do sinal $x_d(n)$ permite determinar univocamente o sinal $x(t)$?

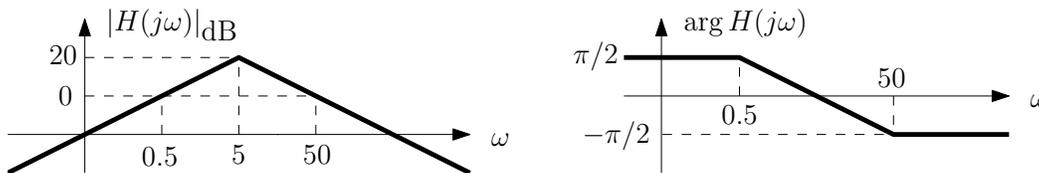
- a) Sim b) Não

7.2 (0.75 valores) O sistema $x(t) \rightarrow y(t)$ é equivalente a um filtro passa-baixo. Indique a sua frequência de corte.

- a) 0 b) 0.02 c) 0.2 d) $\pi/10$ e) 0.5 f) 1 g) 5π h) 10π

Questão 8

Considere o SLIT causal com f. transf. $H(s) = \frac{ks}{s^2 + 6s + 25}$, cujo diag. Bode tem a seguinte aproximação assintótica:



8.1 (0.75 valores) Indique a região de convergência de $H(s)$.

- a) $\text{Re}(s) < -5$ b) $\text{Re}(s) < -3$ c) $\text{Re}(s) < 5$ d) $\text{Re}(s) > -5$ e) $\text{Re}(s) > -3$ f) $\text{Re}(s) > 5$

8.2 (0.75 valores) Indique a equação diferencial que rege o SLIT.

- a) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 25y(t) = kx(t)$ b) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 25y(t) = k\frac{dx(t)}{dt}$
- c) $ky(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 6\frac{dx(t)}{dt} + 25x(t)$ d) $k\frac{dy(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 6\frac{dx(t)}{dt} + 25x(t)$

8.3 (0.75 valores) Indique a expressão aproximada da saída do SLIT quando a entrada é $\cos(50t)$.

- a) 0 b) $\sin(50t)$ c) $\cos(50t)$ d) $10 \sin(50t)$ e) $10 \cos(50t)$ f) $20 \sin(50t)$ g) $20 \cos(50t)$

8.4 (0.75 valores) Indique o valor de k .

- a) 1 b) 20 c) 25 d) 50 e) 250

Questão 9 (0.75 valores)

Seja $s(t)$ a resposta ao degrau unitário do SLIT causal com função de transferência $H(s) = \frac{32}{s^2 + 10s + 16}$. Indique o período das oscilações de $s(t)$ ou a afirmação verdadeira.

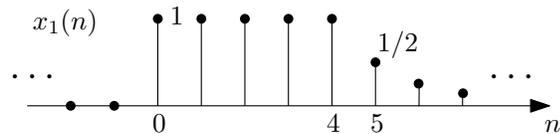
- a) $\pi/4$ b) $\pi/3$ c) $\pi/2$ d) $2\pi/3$ e) π f) 2π g) $s(t)$ não tem oscilações

Problema 1

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta ao impulso unitário é $h(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$.

Determine, na forma de expressões tão simples quanto possível, as suas respostas aos sinais seguintes.

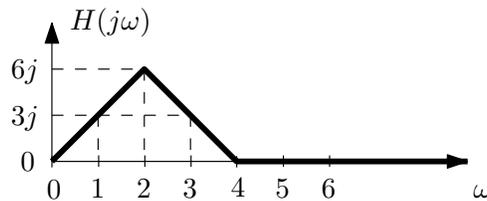
1.1 (1.25 valores) $x_1(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n \leq -1 \\ 1 & \text{se } 0 \leq n \leq 4 \\ 16/2^n & \text{se } n \geq 5. \end{cases}$



1.2 (1.25 valores) $x_2(n) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{4}\right)^n \right] u(n)$.

Problema 2

Considere o SLIT real de tempo contínuo cuja resposta em frequência é imaginária pura conforme o esboço (para $\omega > 0$):



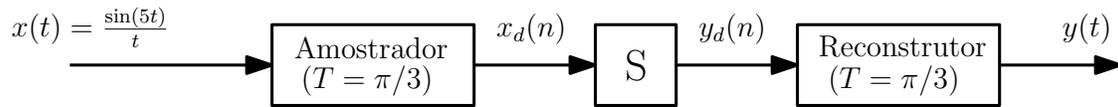
Determine, na forma de expressões tão simples quanto possível, as suas respostas aos sinais seguintes.

2.1 (1.25 valores) $x_1(t)$, periódico de período 2π , tal que $x_1(t) = \begin{cases} 4 & \text{se } |t| < \pi/2 \\ 6 & \text{se } \pi/2 < |t| < \pi. \end{cases}$

2.2 (1.25 valores) $x_2(t) = \frac{\sin t}{t}$.

Problema 3 (1.25 valores)

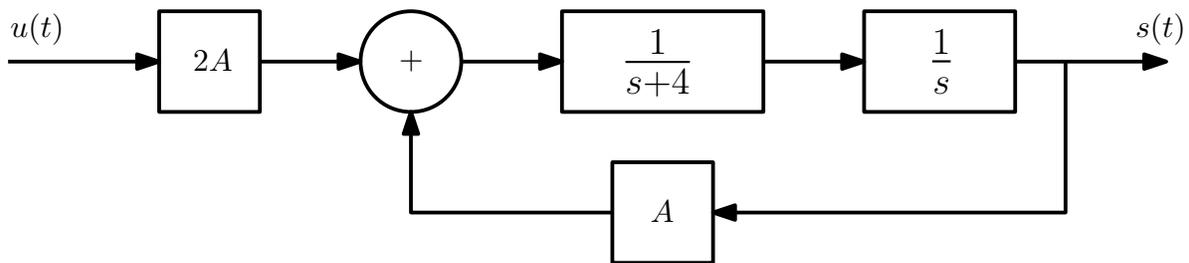
Considere a figura seguinte, onde S é um filtro real passa-alto ideal de frequência de corte $\pi/3$.



Determine os sinais $x_d(n)$ e $y(t)$, na forma de expressões tão simples quanto possível.

Problema 4 (1.25 valores)

Considere o sistema causal da figura seguinte, onde A é uma constante real.



Determine a gama de valores de A que garante que $|s(t)| \leq 3$.

Problema 5

Um sistema de tempo discreto tem à entrada o sinal $x(n) = \alpha^n$. Sabe-se que o sistema é invariante no tempo.

5.1 (1 valor) Sabe-se adicionalmente que o sistema é linear. Mostre que a saída é necessariamente da forma $y(n) = K\alpha^n$, onde K é uma constante, ou seja, K não depende de n (podendo no entanto depender de α).

5.2 (1 valor) Não se tem a garantia de que o sistema é linear mas sabe-se que é homogéneo. É possível garantir que a saída tem a forma referida na alínea anterior? *Recorde que um sistema se diz homogéneo quando $\forall_{x(n),a} ax(n) \rightarrow ay(n)$.*

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 18/1/2018. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 9, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n - 1)$.
- Resolva os problemas 1 a 5 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 9

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 2	a	b	c	d	e	f		
Questão 3	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 4	a	b	c	d				
Questão 5.1	a	b	c	d	e			
Questão 5.2	a	b	c	d	e			
Questão 6	a	b	c	d				
Questão 7.1	a	b						
Questão 7.2	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 8.1	a	b	c	d	e	f		
Questão 8.2	a	b	c	d				
Questão 8.3	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 8.4	a	b	c	d	e			
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo discreto $x(n) = 3 + e^{j(5\pi/2)n}$ ou a afirmação verdadeira.

- a) 5π b) $5\pi/2$ c) $4/5$ d) 2 e) 3 f) 4 g) 5 h) $x(n)$ não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(t) = x(2t - 6)$. Indique a expressão da sua resposta ao degrau unitário.

- a) $u(t - 3)$ b) $u(t - 6)$ c) $u(t)$ d) $u(2t)$ e) $u(3t)$ f) 0

Questão 3 (0.75 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto de resposta ao impulso unitário $h(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)u(n)$.

Sendo $s(n)$ a sua resposta ao degrau unitário, indique o valor de $s(2)$.

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1 f) 2 g) 3

Questão 4 (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e causalidade o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(t) = [2 + e^{-3t}]u(t)$.

- a) Estável, causal b) Estável, não-causal c) Instável, causal d) Instável, não-causal

Questão 5

Indique as respostas do filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal de frequência de corte 1, aos seguintes sinais.

5.1 (0.75 valores) Sinal $x(t)$, periódico de período 5, cuja expansão em série de Fourier tem coeficientes $a_k = e^{-2|k|}$.

- a) $y(t) = e^{-2}e^{j\frac{2\pi}{5}t}$ b) $y(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$ c) $y(t) = 1 + 2e^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$ d) $y(t) = 1$ e) $y(t) = 0$

5.2 (0.75 valores) Sinal $\delta(t)$.

- a) $h(t) = \cos t$ b) $h(t) = \frac{\sin t}{\pi t}$ c) $h(t) = \delta(t)$ d) $h(t) = 1$ e) $h(t) = 0$

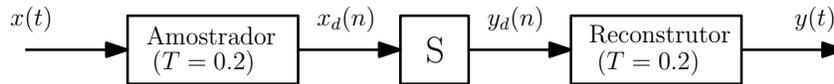
Questão 6 (0.75 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT causal que se rege pela equação às diferenças $y(n) + \frac{1}{2}y(n-3) = x(n-1)$.

- a) $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j3\omega}}$ b) $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j3\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$ c) $H(e^{j\omega}) = \frac{j\omega}{1 + \frac{1}{2}(j\omega)^3}$ d) $H(e^{j\omega}) = \frac{(j\omega)^3}{1 + \frac{1}{2}j\omega}$

Questão 7

Na figura seguinte, $x(t)$ é tal que $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| > 4$ e S é um filtro passa-baixo ideal de frequência de corte 0.2.



7.1 (0.75 valores) O conhecimento do sinal $x_d(n)$ permite determinar univocamente o sinal $x(t)$?

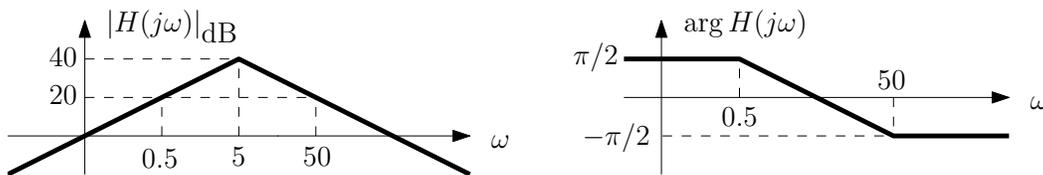
- a) Não b) Sim

7.2 (0.75 valores) O sistema $x(t) \rightarrow y(t)$ é equivalente a um filtro passa-baixo. Indique a sua frequência de corte.

- a) 0 b) 0.04 c) 0.2 d) 1 e) $\pi/2$ f) 2 g) 10π h) 20π

Questão 8

Considere o SLIT causal com f. transf. $H(s) = \frac{ks}{s^2 + 6s + 25}$, cujo diag. Bode tem a seguinte aproximação assintótica:



8.1 (0.75 valores) Indique a região de convergência de $H(s)$.

- a) $\text{Re}(s) < 5$ b) $\text{Re}(s) > 5$ c) $\text{Re}(s) < -3$ d) $\text{Re}(s) > -3$ e) $\text{Re}(s) < -5$ f) $\text{Re}(s) > -5$

8.2 (0.75 valores) Indique a equação diferencial que rege o SLIT.

- a) $ky(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 6\frac{dx(t)}{dt} + 25x(t)$ b) $k\frac{dy(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 6\frac{dx(t)}{dt} + 25x(t)$
 c) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 25y(t) = k\frac{dx(t)}{dt}$ d) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 25y(t) = kx(t)$

8.3 (0.75 valores) Indique a expressão aproximada da saída do SLIT quando a entrada é $\cos(50t)$.

- a) 0 b) $\sin(50t)$ c) $\cos(50t)$ d) $10 \sin(50t)$ e) $10 \cos(50t)$ f) $20 \sin(50t)$ g) $20 \cos(50t)$

8.4 (0.75 valores) Indique o valor de k .

- a) 1 b) 20 c) 50 d) 100 e) 500

Questão 9 (0.75 valores)

Seja $s(t)$ a resposta ao degrau unitário do SLIT causal com função de transferência $H(s) = \frac{8}{s^2 + 12s + 16}$. Indique o período das oscilações de $s(t)$ ou a afirmação verdadeira.

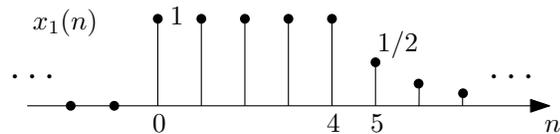
- a) $s(t)$ não tem oscilações b) $\pi/4$ c) $\pi/3$ d) $\pi/2$ e) $2\pi/3$ f) π g) 2π

Problema 1

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta ao impulso unitário é $h(n) = \left(\frac{1}{5}\right)^n u(n)$.

Determine, na forma de expressões tão simples quanto possível, as suas respostas aos sinais seguintes.

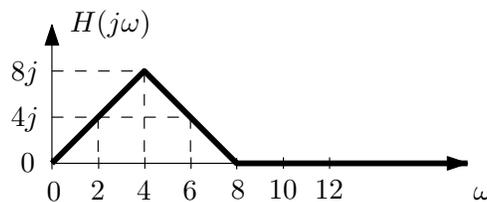
1.1 (1.25 valores) $x_1(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n \leq -1 \\ 1 & \text{se } 0 \leq n \leq 4 \\ 16/2^n & \text{se } n \geq 5. \end{cases}$



1.2 (1.25 valores) $x_2(n) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \right] u(n)$.

Problema 2

Considere o SLIT real de tempo contínuo cuja resposta em frequência é imaginária pura conforme o esboço (para $\omega > 0$):



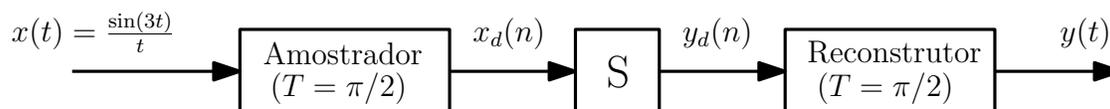
Determine, na forma de expressões tão simples quanto possível, as suas respostas aos sinais seguintes.

2.1 (1.25 valores) $x_1(t)$, periódico de período π , tal que $x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } |t| < \pi/4 \\ 5 & \text{se } \pi/4 < |t| < \pi/2. \end{cases}$

2.2 (1.25 valores) $x_2(t) = \frac{\sin(2t)}{t}$.

Problema 3 (1.25 valores)

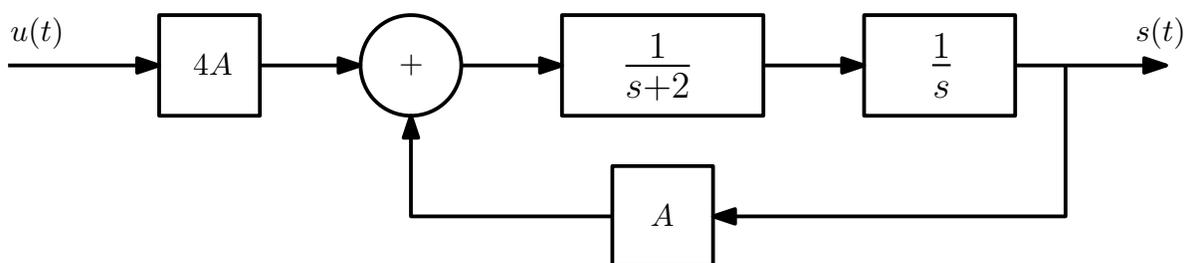
Considere a figura seguinte, onde S é um filtro real passa-alto ideal de frequência de corte $\pi/2$.



Determine os sinais $x_d(n)$ e $y(t)$, na forma de expressões tão simples quanto possível.

Problema 4 (1.25 valores)

Considere o sistema causal da figura seguinte, onde A é uma constante real.



Determine a gama de valores de A que garante que $|s(t)| \leq 6$.

Problema 5

Um sistema de tempo discreto tem à entrada o sinal $x(n) = \alpha^n$. Sabe-se que o sistema é invariante no tempo.

5.1 (1 valor) Sabe-se adicionalmente que o sistema é linear. Mostre que a saída é necessariamente da forma $y(n) = K\alpha^n$, onde K é uma constante, ou seja, K não depende de n (podendo no entanto depender de α).

5.2 (1 valor) Não se tem a garantia de que o sistema é linear mas sabe-se que é homogéneo. É possível garantir que a saída tem a forma referida na alínea anterior? *Recorde que um sistema se diz homogéneo quando $\forall_{x(n),a} ax(n) \rightarrow ay(n)$.*