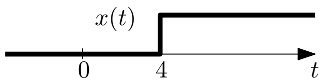
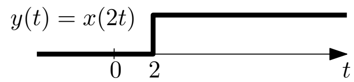
Sinais e Sistemas – 1º teste – 20/4/2017 – Exemplo de resolução

Questão 1 $\frac{2\pi}{5\pi/4} = 8/5$. Menor múltiplo inteiro: $N = 8$.

Questão 2





$y(t) = u(t-2)$.

Questão 3 Variante no tempo ($x_1(n) = \delta(n) \to y_1(n) = n+3\delta(n)$, $x_2(n) = \delta(n-5) \to y_2(n) = n+3\delta(n-5) \neq y_1(n-5)$). Sem memória. Não-linear ($x(n) = 0 \to y(n) = n \neq 0$).

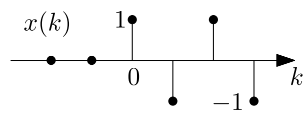
Questão 4 Não-causal ($h(t) \neq 0$ para $-2 < t < 0$). Estável ($\int_{-2}^{+\infty} 6e^{-3t}\,dt < \infty$).

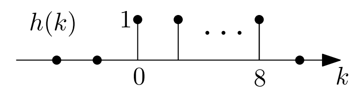
Questão 5 $H(j5) = -j5$, $|H(j5)| = 5, \angle H(j5) = -\pi/2$. $y(t) = 5\cos(5t - \pi/2) = 5\sin(5t)$.
Resultado também imediato se notarmos que o SLIT em questão responde a qualquer sinal com o simétrico da sua derivada.

Questão 6 $X(j\omega) = \frac{6}{2+j\omega}$, $X(j0) = 6/2 = 3$.

Questão 7 $x(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} 4e^{-j3\omega}\,d\omega = 0$. *Resultado também imediato se notarmos que* $TF^{-1}\left\{4e^{-j3\omega}\right\} = 4\delta(n-3)$.

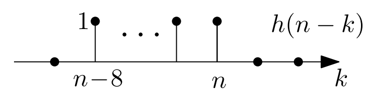
Problema 1 $y(n) = x(n) * h(n) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)h(n-k)$





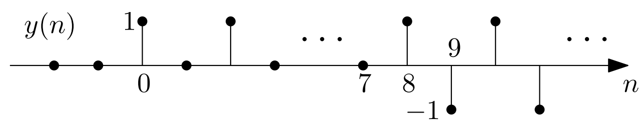
Para $n \leq -1$, $y(n) = 0$.
Para $n \geq 0$ e $n - 8 \leq 0$, ou seja, para $0 \leq n \leq 8$,

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k = \frac{1-(-1)^{n+1}}{1-(-1)} = \frac{1+(-1)^n}{2} = \begin{cases} 1 & \text{se } n \text{ par} \\ 0 & \text{se } n \text{ ímpar} \end{cases}$$



Para $n - 8 \geq 0 \Leftrightarrow n \geq 8$,

$$y(n) = \sum_{k=n-8}^{n}(-1)^k = (-1)^{n-8}\frac{1-(-1)^9}{1-(-1)} = (-1)^n.$$



Problema 2 O sistema em questão pode ser visto como a ligação em série de dois SLITs com respostas em frequência $H_1(j\omega) = e^{-j5\omega}$ e $H_2(j\omega) = \begin{cases} 5 - 10|\omega| & \text{se } |\omega| \leq 0.5 \\ 0 & \text{se } |\omega| > 0.5 \end{cases}$. Usando a propriedade do deslocamento no tempo, é imediato que o primeiro destes sistemas responde a $x(t)$ com $x(t-5)$. Ora $x(t-5)$ é periódico ($T = 20$, $\omega_0 = 2\pi/20 = \pi/10$) e tem SF de coeficientes conhecidos: para $k \neq 0$, $a_k = 2\dfrac{\sin(k\pi 10/20)}{k\pi} = \dfrac{2\sin(k\pi/2)}{k\pi}$ e $a_0 = 4$ (valor médio). Assim, $y(t)$ tem SF com coeficientes $b_k = H_2(jk\pi/10)a_k$: $b_0 = 5 \times 4 = 20$, $b_1 = (5 - 10\pi/10)(2/\pi) = 2(5/\pi - 1)$ e, para $k \geq 2$, $b_k = 0 \times a_k = 0$ ($k\pi/10 > 0.5$). Como $y(t)$ é real (é a resposta de um sistema real – $H(j\omega)$ é hermiteano – a um sinal real), $b_{-k} = b_k^*$.
Assim, $y(t) = \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k e^{jk(\pi/10)t} = 2\left(\frac{5}{\pi} - 1\right)e^{-j(\pi/10)t} + 20 + 2\left(\frac{5}{\pi} - 1\right)e^{j(\pi/10)t} = 20 + 4\left(\frac{5}{\pi} - 1\right)\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$.

Problema 3 A resposta em frequência do SLIT é imediata a partir da equação diferencial: $H(j\omega) = \dfrac{3(j\omega)^2 + 3j\omega + 8}{(j\omega)^2 + 4}$.
Usando a propriedade da linearidade e uma TF conhecida, $X(j\omega) = \dfrac{3}{j\omega + 3}$. Usando a propriedade da convolução, $Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = \dfrac{[3(j\omega)^2 + 3j\omega + 8]3}{[(j\omega)^2 + 4](j\omega + 3)} = \dfrac{9(j\omega)^2 + 9j\omega + 24}{(j\omega - 2j)(j\omega + 2j)(j\omega + 3)} = \dfrac{A}{j\omega - 2j} + \dfrac{B}{j\omega + 2j} + \dfrac{C}{j\omega + 3}$, onde $A = \dfrac{9(-4) + 9(2j) + 24}{4j(2j + 3)} = \dfrac{-12 + 18j}{-8 + 12j} = \dfrac{6(-2 + 3j)}{4(-2 + 3j)} = \dfrac{3}{2}$, $B = A^* = \dfrac{3}{2}$, $C = \dfrac{9(9) + 9(-3) + 24}{(-3 - 2j)(-3 + 2j)} = \dfrac{78}{13} = 6$.
Assim, usando linearidade e TF conhecidas: $y(t) = \dfrac{3}{2}e^{-2jt}u(t) + \dfrac{3}{2}e^{2jt}u(t) + 6e^{-3t}u(t) = \left[3\cos(2t) + 6e^{-3t}\right]u(t)$.

Problema 4 *Recorra a uma aula de dúvidas.*