Sinais e Sistemas – Exame

Data: 12/6/2017. Duração: 3 horas

Número:	Nome:

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 11, indique as suas respostas, com cruzes, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 6 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 11

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h		
Questão 2	a	b	c	d	e	f				
Questão 3	a	b	c	d	e	f				
Questão 4	a	b	c	d						
Questão 5	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Questão 6	a	b	c	d						
Questão 7	a	b	c	d						
Questão 8.1	a	b	c	d	e					
Questão 8.2	a	b	c	d	e	f	g			
Questão 9.1	a	b	c	d	e	f				
Questão 9.2	a	b	c	d						
Questão 10.1	a	b	c	d	e	f	g			
Questão 10.2	a	b	c	d	e	f				
Questão 11	a	b	c	d						

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo contínuo $x(t) = 2 + 3\cos(2t)$ ou a afirmação verdadeira.

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) π f) 2π g) 4π h) $x(t)$ não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = x(3n)$. Indique a expressão da sua resposta ao sinal $x(n) = \delta(n-6)$.

a) $y(n) = 0$ b) $y(n) = \delta(n-2)$ c) $y(n) = \delta(n-3)$ d) $y(n) = \delta(n-18)$ e) $y(n) = \delta(3n)$ f) $y(n) = \delta[3(n-6)]$

Questão 3 (0.75 valores)

Um SLIT responde ao degrau unitário $u(t)$ com o sinal $tu(t-1)$. Indique a expressão da sua resposta ao sinal $3u(t-2)$.

a) $3(t-2)u(t-3)$ b) $3tu(t-3)$ c) $3(t-2)u(t-2)$ d) $3tu(t-2)$ e) $3(t-2)u(t-1)$ f) $3tu(t-1)$

Questão 4 (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e causalidade o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(n) = \delta(n) - \delta(n-7) + 2\delta(n+1)$.

a) Estável, não-causal b) Instável, causal c) Estável, causal d) Instável, não-causal

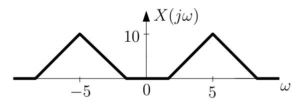
Questão 5 (0.75 valores)

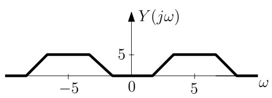
O SLIT com resposta em frequência $H(j\omega) = 3|\omega| + j4\omega$ responde ao sinal $x(t) = \cos t$ com o sinal $y(t) = A\cos(t+B)$. Indique um valor possível para A ou a afirmação verdadeira.

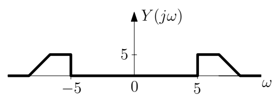
a) 0 b) 1 c) 3/2 d) 2 e) 3 f) 4 g) 5 h) 6 i) 8 j) $y(t)$ não é da forma $A\cos(t+B)$

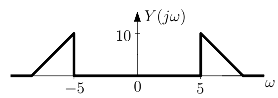
Questão 6 (0.75 valores)

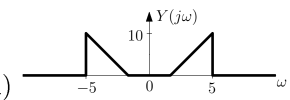
O sinal de tempo contínuo cuja transformada de Fourier (TF) se representa ao lado está na entrada de um filtro real, passa-baixo ideal de frequência de corte 5. Indique a TF do sinal de saída. (As TF são nulas excepto na região esboçada.)



a) 

b) 

c) 

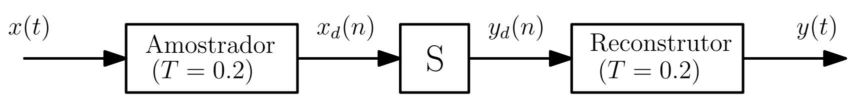
d) 

Questão 7 (0.75 valores)

Indique a equação às diferenças que rege um SLIT cuja resposta em frequência é $H(e^{j\omega}) = \dfrac{e^{-j2\omega}}{1+\frac{1}{2}e^{-j\omega}}$.

a) $y(n) - \frac{1}{2}y(n-2) = x(n)$ b) $y(n) + \frac{1}{2}y(n-1) = x(n-2)$ c) $y(n) = x(n) - \frac{1}{2}x(n-1)$ d) $y(n) = x(n) + \frac{1}{2}x(n-2)$

Em **8.1** e **8.2**, considere a figura seguinte, onde S é um filtro real, passa-banda ideal, de banda passante $\Omega \in [0.2\pi, 0.4\pi]$.



Questão 8.1 (0.75 valores) Sendo $x(t)$ real, com TF que verifica $X(j\omega) = 0$ para $\omega > W$, indique um valor para W que garanta que $x(t)$ é univocamente determinado por $x_d(n)$, ou a afirmação verdadeira.

a) $W = 20$ b) $W = 20\pi$ c) $W = 10$ d) $W = 10\pi$ e) Nenhum dos valores anteriores o garante

Questão 8.2 (0.75 valores) Sendo $x(t) = 1 + \cos(0.3\pi t) + \sin(3\pi t)$, indique a expressão de $y(t)$.

a) 0 b) 1 c) $\cos(0.3\pi t)$ d) $\sin(3\pi t)$ e) $1 + \cos(0.3\pi t)$ f) $1 + \sin(3\pi t)$ g) $\cos(0.3\pi t) + \sin(3\pi t)$

Em **9.1** e **9.2**, considere o SLIT causal com função de transferência $H(s) = \dfrac{s+3}{(s+1)(s-2)}$.

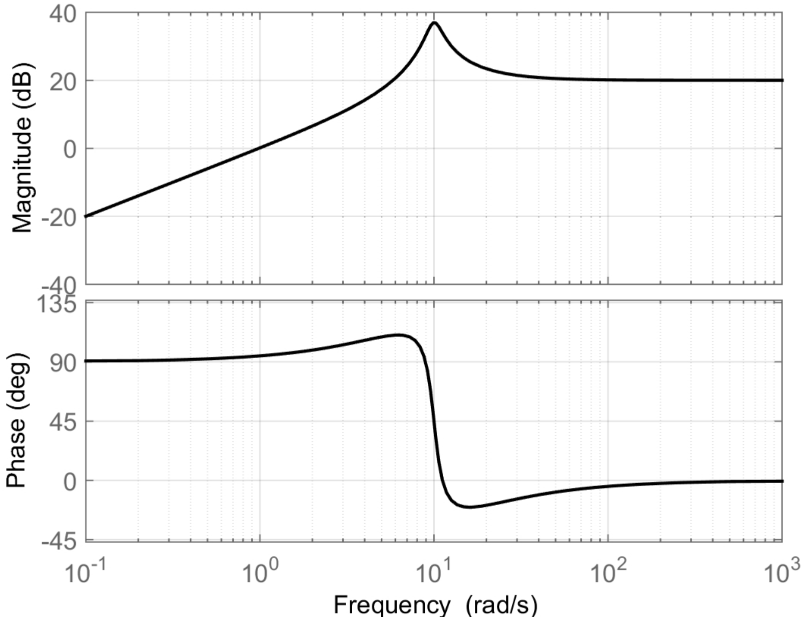
Questão 9.1 (0.75 valores) Indique a região de convergência de $H(s)$.

a) $-3 < \mathrm{Re}(s) < 2$ b) $-1 < \mathrm{Re}(s) < 2$ c) $\mathrm{Re}(s) < -1$ d) $\mathrm{Re}(s) < 2$ e) $\mathrm{Re}(s) > -3$ f) $\mathrm{Re}(s) > 2$

Questão 9.2 (0.75 valores) Indique a equação diferencial que rege o SLIT.

a) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - 2y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$ b) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$

c) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - \dfrac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$ d) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - 2\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$



Em **10.1** e **10.2**, considere o sistema cujo diagrama de Bode se representa na figura acima.

Questão 10.1 (0.75 valores)

Indique a expressão aproximada da saída do sistema quando a entrada é $\sin(1000t)$.

a) 0 b) $\sin(1000t)$ c) $\cos(1000t)$ d) $10\sin(1000t)$ e) $10\cos(1000t)$ f) $20\sin(1000t)$ g) $20\cos(1000t)$

Questão 10.2 (0.75 valores)

Indique uma possível expressão para a função de transferência $H(s)$ do sistema.

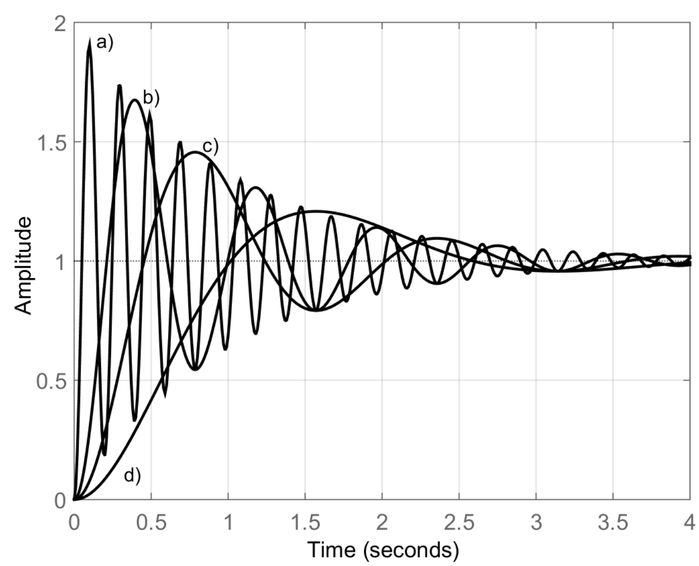
a) $\dfrac{s^2+10s}{s^2+20s+100}$ b) $\dfrac{10s^2+100s}{s^2+20s+100}$ c) $\dfrac{10s}{s^2+20s+100}$ d) $\dfrac{s^2+10s}{s^2+2s+100}$ e) $\dfrac{10s^2+100s}{s^2+2s+100}$ f) $\dfrac{100s}{s^2+2s+100}$

Questão 11 (0.75 valores)

Representam-se na figura ao lado as respostas ao degrau unitário de quatro sistemas de segunda ordem sem zeros.

Os pólos de cada um desses sistemas estão em $-1 \pm jb$, para quatro valores distintos de b.

Indique a resposta do sistema que, entre os quatro, corresponde ao menor valor de b.



Problema 1

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta ao impulso unitário é $h(n) = 2^{-n}u(n)$.

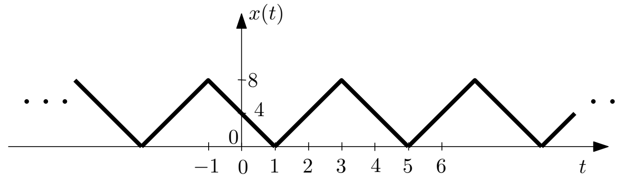
1.1 (1.25 valores) Determine e esboce a sua resposta ao sinal $x_1(n) = u(n) - u(n-7)$.

1.2 (1.25 valores) Determine, na forma da sua mais simples expressão, a resposta ao sinal $x_2(n) = \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^n + \left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right] u(n)$.

Problema 2 (1.25 valores)

Pretende-se exprimir o sinal periódico esboçado ao lado como

$$x(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k)\,.$$



Determine ω_0 e as expressões mais simples para A_k e ϕ_k.

Problema 3 (1.25 valores)

Considere o filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal, de frequência de corte $\omega_c = 5$.

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = \dfrac{\cos(5t)\sin t}{t}$.

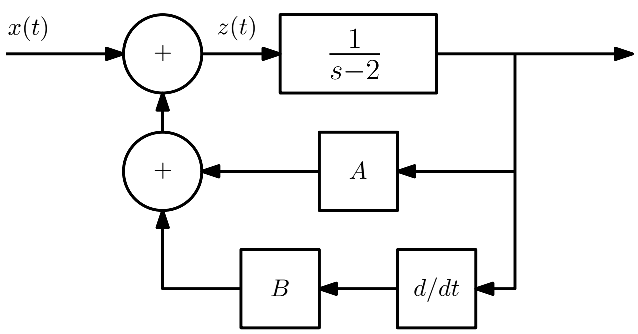
Problema 4 (1.25 valores)

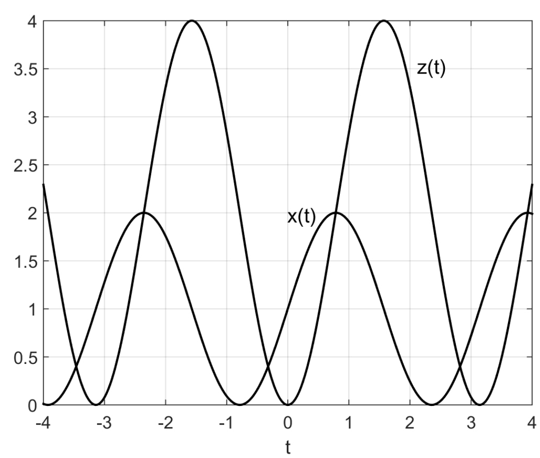
O sinal de tempo contínuo com TF $X(j\omega)$ foi amostrado com período de amostragem $T = 0.1$ e seguidamente filtrado por um filtro real de tempo discreto, passa-alto ideal de frequência de corte 0.5π. Determine e esboce a TF do sinal de tempo discreto resultante, $Y(e^{j\Omega})$, sabendo que

$$X(j\omega) = \begin{cases} 15\pi - |\omega| & \text{se } |\omega| < 15\pi \\ 0 & \text{se } |\omega| > 15\pi\,. \end{cases}$$

Problema 5 (1.25 valores)

Comnsidere o sistema causal seguinte, para o qual se representam parcialmente os sinais $x(t) = 1 + \sin(2t)$ e $z(t)$ resultante. Determine os valores das constantes reais A e B.





Problema 6

Os sinals $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ são reais. O sinal $x(t)$ é periódico, de período fundamental T, e a sua série de Fourier tem coeficientes $\{a_k\}$. O sinal $y(t)$ é aperiódico e tem transformada de Laplace (TL) $Y(s)$, com região de convergência R_Y que contém o eixo imaginário. Finalmente, o sinal $z(t)$ é dado por $z(t) = x(t)y(t)$.

6.1 (1 valor) Mostre que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} z(t)\,dt = a_0 Y(0) + 2\sum_{k=1}^{+\infty} \mathrm{Re}\,\{a_k Y^*(jk2\pi/T)\}$.

6.2 (1 valor) Expresse a TL de $z(t)$ de forma tão simples quanto possível, em termos de $\{a_k\}$, T, $Y(s)$, R_Y.

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 12/6/2017. Duração: 3 horas

Número:	Nome:

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 11, indique as suas respostas, com cruzes, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n-1)$.
- Resolva os problemas 1 a 6 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 11

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h		
Questão 2	a	b	c	d	e	f				
Questão 3	a	b	c	d	e	f				
Questão 4	a	b	c	d						
Questão 5	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Questão 6	a	b	c	d						
Questão 7	a	b	c	d						
Questão 8.1	a	b	c	d	e					
Questão 8.2	a	b	c	d	e	f	g			
Questão 9.1	a	b	c	d	e	f				
Questão 9.2	a	b	c	d						
Questão 10.1	a	b	c	d	e	f	g			
Questão 10.2	a	b	c	d	e	f				
Questão 11	a	b	c	d						

Questão 1 (0.75 valores)

Indique o período fundamental do sinal de tempo contínuo $x(t) = 3 + 2\sin(2t)$ ou a afirmação verdadeira.

a) $x(t)$ não é periódico b) 0 c) 1 d) π e) 2 f) 2π g) 4 h) 4π

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = x(2n)$. Indique a expressão da sua resposta ao sinal $x(n) = \delta(n-6)$.

a) $y(n) = 0$ b) $y(n) = \delta(n-2)$ c) $y(n) = \delta(n-3)$ d) $y(n) = \delta(n-12)$ e) $y(n) = \delta(2n)$ f) $y(n) = \delta[2(n-6)]$

Questão 3 (0.75 valores)

Um SLIT responde ao degrau unitário $u(t)$ com o sinal $tu(t-2)$. Indique a expressão da sua resposta ao sinal $2u(t-1)$.

a) $2tu(t-1)$ b) $2tu(t-2)$ c) $2tu(t-3)$ d) $2(t-1)u(t-1)$ e) $2(t-1)u(t-2)$ f) $2(t-1)u(t-3)$

Questão 4 (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e causalidade o SLIT com resposta ao impulso unitário $h(n) = \delta(n) - \delta(n-5) + 2\delta(n+1)$.

a) Estável, causal b) Estável, não-causal c) Instável, causal d) Instável, não-causal

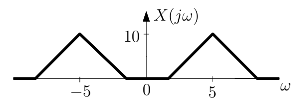
Questão 5 (0.75 valores)

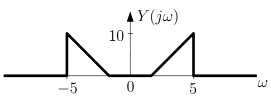
O SLIT com resposta em frequência $H(j\omega) = 4|\omega| + j3\omega$ responde ao sinal $x(t) = \cos t$ com o sinal $y(t) = A\cos(t + B)$. Indique um valor possível para A ou a afirmação verdadeira.

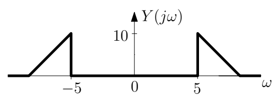
a) $y(t)$ não é da forma $A\cos(t + B)$ b) 0 c) 1 d) 3/2 e) 2 f) 3 g) 4 h) 5 i) 6 j) 8

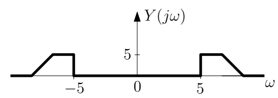
Questão 6 (0.75 valores)

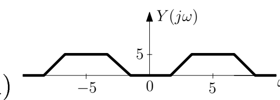
O sinal de tempo contínuo cuja transformada de Fourier (TF) se representa ao lado está na entrada de um filtro real, passa-baixo ideal de frequência de corte 5. Indique a TF do sinal de saída. (As TF são nulas excepto na região esboçada.)



a) 

b) 

c) 

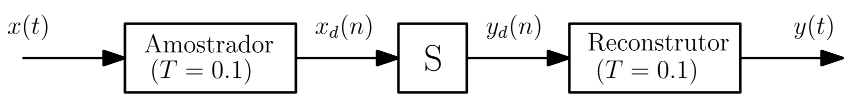
d) 

Questão 7 (0.75 valores)

Indique a equação às diferenças que rege um SLIT cuja resposta em frequência é $H(e^{j\omega}) = \dfrac{e^{-j2\omega}}{1 + \frac{1}{3}e^{-j\omega}}$.

a) $y(n) + \frac{1}{3}y(n-1) = x(n-2)$ b) $y(n) - \frac{1}{3}y(n-2) = x(n)$ c) $y(n) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-2)$ d) $y(n) = x(n) - \frac{1}{3}x(n-1)$

Em **8.1** e **8.2**, considere a figura seguinte, onde S é um filtro real, passa-banda ideal, de banda passante $\Omega \in [0.1\pi, 0.3\pi]$.



Questão 8.1 (0.75 valores) Sendo $x(t)$ real, com TF que verifica $X(j\omega) = 0$ para $\omega > W$, indique um valor para W que garanta que $x(t)$ é univocamente determinado por $x_d(n)$, ou a afirmação verdadeira.

a) $W = 40\pi$ b) $W = 40$ c) $W = 20\pi$ d) $W = 20$ e) Nenhum dos valores anteriores o garante

Questão 8.2 (0.75 valores) Sendo $x(t) = 1 + \sin(0.2\pi t) + \cos(4\pi t)$, indique a expressão de $y(t)$.

a) $\sin(0.2\pi t) + \cos(4\pi t)$ b) $1 + \sin(0.2\pi t)$ c) $1 + \cos(4\pi t)$ d) $\sin(0.2\pi t)$ e) $\cos(4\pi t)$ f) 0 g) 1

Em **9.1** e **9.2**, considere o SLIT causal com função de transferência $H(s) = \dfrac{s+3}{(s+2)(s-1)}$.

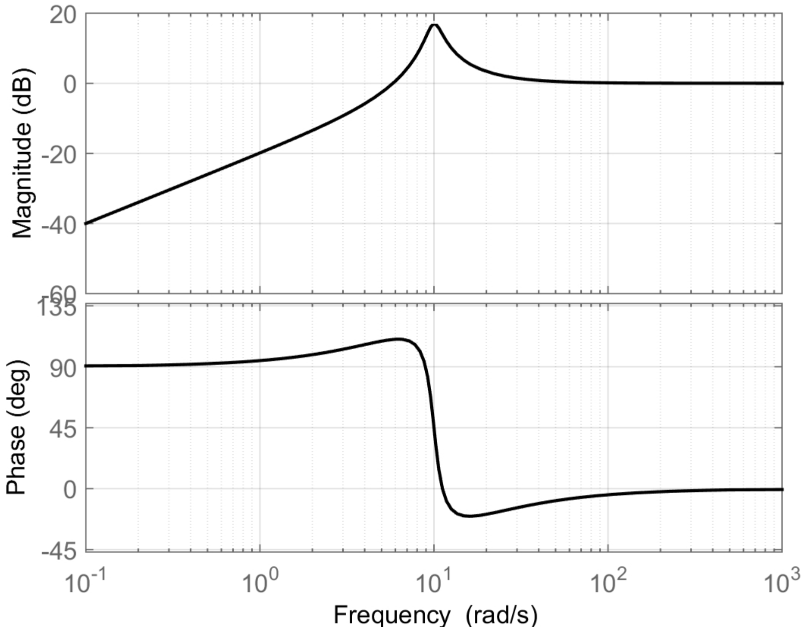
Questão 9.1 (0.75 valores) Indique a região de convergência de $H(s)$.

a) $\mathrm{Re}(s) > -3$ b) $\mathrm{Re}(s) > 1$ c) $\mathrm{Re}(s) < -2$ d) $\mathrm{Re}(s) < 1$ e) $-3 < \mathrm{Re}(s) < 1$ f) $-2 < \mathrm{Re}(s) < 1$

Questão 9.2 (0.75 valores) Indique a equação diferencial que rege o SLIT.

a) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - 2y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$ b) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + \dfrac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$

c) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} - y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$ d) $\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\dfrac{dy(t)}{dt} - y(t) = \dfrac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$



Em **10.1** e **10.2**, considere o sistema cujo diagrama de Bode se representa na figura acima.

Questão 10.1 (0.75 valores)

Indique a expressão aproximada da saída do sistema quando a entrada é $\cos(1000t)$.

a) 0 b) $\sin(1000t)$ c) $\cos(1000t)$ d) $10\sin(1000t)$ e) $10\cos(1000t)$ f) $0.1\sin(1000t)$ g) $0.1\cos(1000t)$

Questão 10.2 (0.75 valores)

Indique uma possível expressão para a função de transferência $H(s)$ do sistema.

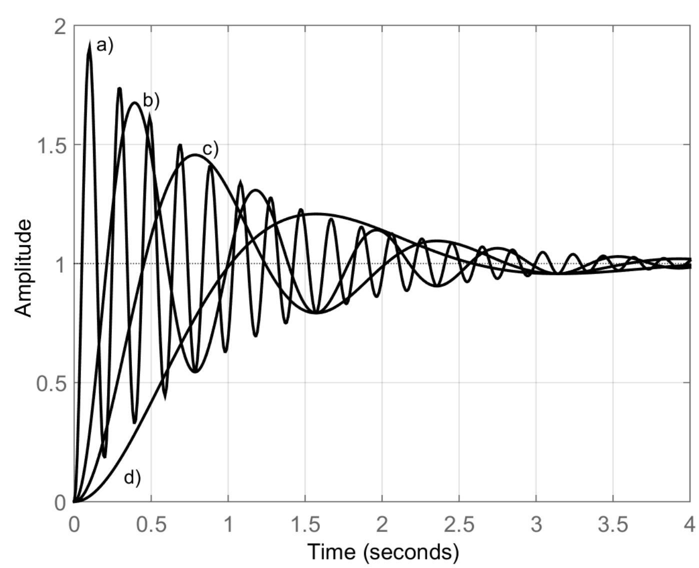
a) $\dfrac{10s}{s^2+20s+100}$ b) $\dfrac{10s^2+100s}{s^2+20s+100}$ c) $\dfrac{s^2+10s}{s^2+20s+100}$ d) $\dfrac{100s}{s^2+2s+100}$ e) $\dfrac{10s^2+100s}{s^2+2s+100}$ f) $\dfrac{s^2+10s}{s^2+2s+100}$

Questão 11 (0.75 valores)

Representam-se na figura ao lado as respostas ao degrau unitário de quatro sistemas de segunda ordem sem zeros.

Os pólos de cada um desses sistemas estão em $-1 \pm jb$, para quatro valores distintos de b.

Indique a resposta do sistema que, entre os quatro, corresponde ao maior valor de b.



Problema 1

Considere o SLIT de tempo discreto cuja resposta ao impulso unitário é $h(n) = 3^{-n}u(n)$.

1.1 (1.25 valores) Determine e esboce a sua resposta ao sinal $x_1(n) = u(n) - u(n-7)$.

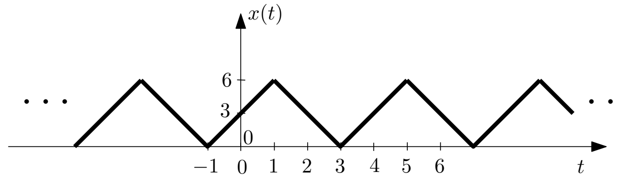
1.2 (1.25 valores) Determine, na forma da sua mais simples expressão, a resposta ao sinal $x_2(n) = \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^n + \left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]u(n)$.

Problema 2 (1.25 valores)

Pretende-se exprimir o sinal periódico esboçado ao lado como

$$x(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k)\,.$$

Determine ω_0 e as expressões mais simples para A_k e ϕ_k.



Problema 3 (1.25 valores)

Considere o filtro real de tempo contínuo, passa-baixo ideal, de frequência de corte $\omega_c = 3$.

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = \dfrac{\cos(3t)\sin t}{t}$.

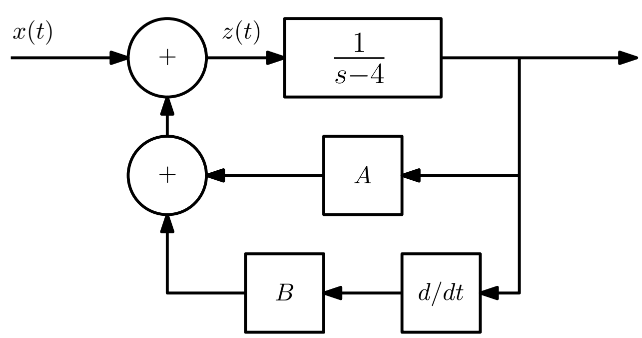
Problema 4 (1.25 valores)

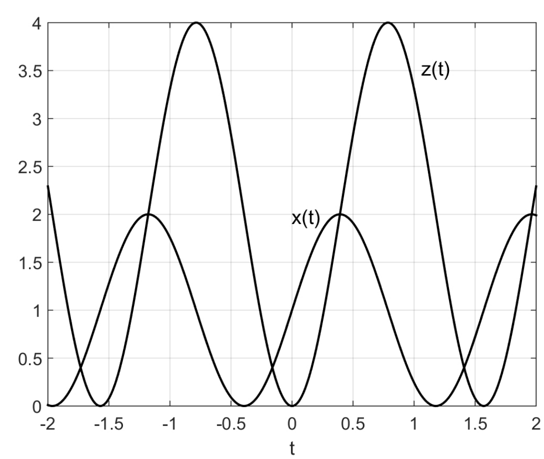
O sinal de tempo contínuo com TF $X(j\omega)$ foi amostrado com período de amostragem $T = 0.2$ e seguidamente filtrado por um filtro real de tempo discreto, passa-alto ideal de frequência de corte 0.4π. Determine e esboce a TF do sinal de tempo discreto resultante, $Y(e^{j\Omega})$, sabendo que

$$X(j\omega) = \begin{cases} 8\pi - |\omega| & \text{se } |\omega| < 8\pi \\ 0 & \text{se } |\omega| > 8\pi\,. \end{cases}$$

Problema 5 (1.25 valores)

Comnsidere o sistema causal seguinte, para o qual se representam parcialmente os sinais $x(t) = 1 + \sin(4t)$ e $z(t)$ resultante. Determine os valores das constantes reais A e B.





Problema 6

Os sinals $x(t)$, $y(t)$ e $z(t)$ são reais. O sinal $x(t)$ é periódico, de período fundamental T, e a sua série de Fourier tem coeficientes $\{a_k\}$. O sinal $y(t)$ é aperiódico e tem transformada de Laplace (TL) $Y(s)$, com região de convergência R_Y que contém o eixo imaginário. Finalmente, o sinal $z(t)$ é dado por $z(t) = x(t)y(t)$.

6.1 (1 valor) Mostre que $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} z(t)\,dt = a_0 Y(0) + 2\sum_{k=1}^{+\infty} \mathrm{Re}\,\{a_k Y^*(jk2\pi/T)\}$.

6.2 (1 valor) Expresse a TL de $z(t)$ de forma tão simples quanto possível, em termos de $\{a_k\}$, T, $Y(s)$, R_Y.