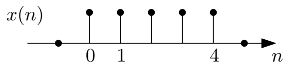
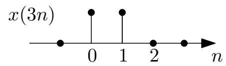
Sinais e Sistemas – 1º teste – 7/11/2016 – Exemplo de resolução

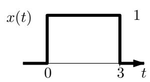
Questão 1

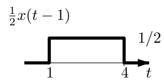


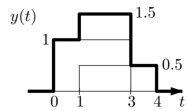


$y(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$.

Questão 2







Questão 3.1 $x_2(t) = x_1(t) + x_3(t)$ mas $y_2(t) \neq y_1(t) + y_3(t) \implies$ S não é linear.

Questão 3.2 $x_3(t) = x_1(t-1)$ mas $y_3(t) \neq y_1(t-1) \implies$ S é variante no tempo.

Questão 3.3 Para $t < 0$, $x_1(t) = x_2(t) = x_3(t)$ e $y_1(t) = y_2(t) = y_3(t)$; para $t < 1$, $x_1(t) = x_2(t)$ e $y_1(t) = y_2(t)$. Assim, S pode ser causal. Mas também pode não o ser. A informação disponível é insuficiente para decidir.

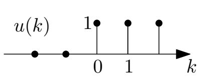
Questão 4 $h(-1) \neq 0 \implies$ SLIT não é causal. $\sum_n |h(n)| = \sum_{n=-2}^{+\infty} 3 = \infty \implies$ SLIT é instável.

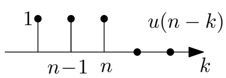
Questão 5 $\omega_0 = 2\pi/1 = 2\pi$. $x(t) = 3 + 4e^{-j2\pi t} + 4e^{j2\pi t} + je^{-j6\pi t} - je^{j6\pi t} = 3 + 8\cos(2\pi t) - 2\sin(6\pi t)$.

Questão 6 $H(j\omega) = \frac{2}{j\omega+3}$. $h(t) = 2e^{-3t}u(t)$.

Questão 7 $y(t) = \frac{1}{3}|H(j2)|\cos(2t + \angle H(j2)) + \frac{1}{3}|H(j6)|\sin(6t + H(j6)) = \cos(2t - \pi/4)$.

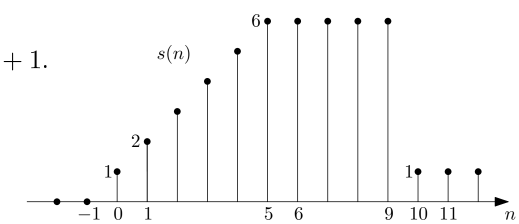
Problema 1 Tratando-se da resposta de um SLIT, $s(n) = u(n) * h(n) = u(n) * [u(n) - u(n-6) - 5\delta(n-10)] = u(n) * u(n) - u(n) * u(n-6) - 5u(n) * \delta(n-10) = z(n) - z(n-6) - 5u(n-10)$, onde $z(n) = u(n) * u(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k)u(n-k)$.





Se $n \leq -1$, $z(n) = 0$;

Se $n \geq 0$, $z(n) = \sum_{k=0}^{n} 1 = n+1$.



Assim, tem-se $z(n) = (n+1)u(n)$ e

$$s(n) = (n+1)u(n) - (n-5)u(n-6) - 5u(n-10) = \begin{cases} 0 & n \leq -1 \\ n+1 & 0 \leq n \leq 5 \\ 6 & 6 \leq n \leq 9 \\ 1 & n \geq 10\,. \end{cases}$$

Problema 2 A frequência fundamental de $y(t)$ é igual à de $x(t)$: $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi/4 = \pi/2$. Os coeficientes da SF de $y(t)$ são $b_k = a_k H(jk\omega_0)$, onde a_k são os coeficientes da SF de $x(t)$ e $H(j\omega) = \begin{cases} 0 & |\omega| < 2 \\ 1 & |\omega| > 2 \end{cases}$. $a_0 = 4$ (valor médio). Para $k \neq 0$, utilizando linearidade, deslocamento e uma SF conhecida, $a_k = 6\frac{\sin(k\pi\frac{2}{4})}{k\pi}e^{-jk\frac{\pi}{2}1} = \frac{6\sin(k\pi/2)e^{-jk\pi/2}}{k\pi}$.
Assim, $b_0 = a_0 H(j0) = 0$, $b_1 = a_1 H(j\pi/2) = 0$, $b_{-1} = a_{-1}H(-j\pi/2) = 0$ e $b_k = a_k H(jk\pi/2) = a_k$ para $|k| \geq 2$.
$y(t) = \sum_k b_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} - a_0 - a_{-1}e^{-j\omega_0 t} - a_1 e^{j\omega_0 t} = x(t) - 4 - \frac{6j}{\pi}e^{-j\frac{\pi}{2}t} - (-\frac{6j}{\pi})e^{j\frac{\pi}{2}t} = x(t) - 4 - \frac{12}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$.
No período $0 < t < 4$, a expressão do sinal de saída é então $y(t) = \begin{cases} 3 - \frac{12}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) & 0 < t < 2 \\ -3 - \frac{12}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) & 2 < t < 4\,. \end{cases}$

Problema 3 A resposta em frequência do SLIT é $H(j\omega) = \frac{5j\omega+8}{(j\omega)^2+5j\omega+6} = \frac{5j\omega+8}{(j\omega+2)(j\omega+3)}$. A TF de $x(t)$ é $X(j\omega) = \frac{2}{1+j\omega}$. A TF de $y(t)$ é $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega) = \frac{10j\omega+16}{(j\omega+1)(j\omega+2)(j\omega+3)} = \frac{A}{j\omega+1} + \frac{B}{j\omega+2} + \frac{C}{j\omega+3}$, onde $A = \frac{10\times(-1)+16}{(-1+2)(-1+3)} = 3$, $B = \frac{10\times(-2)+16}{(-2+1)(-2+3)} = 4$ e $C = \frac{10\times(-3)+16}{(-3+1)(-3+2)} = -7$. Assim, $y(t) = \mathrm{TF}^{-1}\{Y(j\omega)\} = (3e^{-t} + 4e^{-2t} - 7e^{-3t})u(t)$.

Problema 4 A entrada pode ser escrita como soma ponderada de impulsos deslocados: $x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k)$. Como S é linear, a saída é a correspondente soma ponderada das respostas aos impulsos deslocados: $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\left[\delta(n-k) + \delta(n-2k)\right] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-2k) = x(n) + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-2k)$.
Para n par, $\delta(n-2k) = 1$ se $k = n/2$ e $\delta(n-2k) = 0$ se $k \neq n/2$. Para n ímpar, $\delta(n-2k) = 0$ para qualquer k (inteiro).
Assim, a relação entrada–saída de S é $y(n) = \begin{cases} x(n) + x(n/2) & n \text{ par} \\ x(n) & n \text{ ímpar}\,. \end{cases}$