Sinais e Sistemas – 1º teste – 2/11/2015 – Exemplo de resolução

Questão 1 $T = 2\pi/(4\pi/5) = 10/4 = 5/2$.

Questão 2 $y(0) = \frac{1}{2}[8\delta(0) - 4\delta(-2) - 3y(-1)] = \frac{1}{2}[8\times 1 - 4\times 0 - 3\times 0] = 4$, $y(1) = \frac{1}{2}[8\delta(1) - 4\delta(-1) - 3y(0)] = \frac{1}{2}[8\times 0 - 4\times 0 - 3\times 4] = -6$, $y(2) = \frac{1}{2}[8\delta(2) - 4\delta(0) - 3y(1)] = \frac{1}{2}[8\times 0 - 4\times 1 - 3\times(-6)] = 7$.

Questão 3 $x_1(t) = 1 \to y_1(t) = 4$, $x_2(t) = 2x_1(t) = 2 \to y_2(t) = 16 \neq 2y_1(t)$, pelo que o sistema não é linear. $x_1(t) = x(t-t_0) \to y_1(t) = 4x_1^2(t-1) = 4x^2(t-1-t_0) = y(t-t_0)$, pelo que o sistema é invariante no tempo.

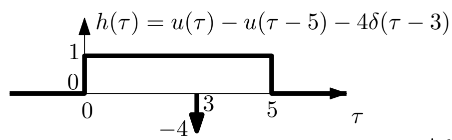
Questão 4 $\sum_n |h(n)| = \sum_{n=0}^{+\infty}(2^{-n}+1) = \infty$, pelo que o SLIT é instável. $h(n)=0$ para $n<0$, pelo que o SLIT é causal.

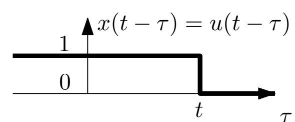
Questão 5 $T_1 = 2\pi/6 = \pi/3$, $T_2 = 2\pi/10 = \pi/5$, $T = \text{mmc}\{\pi/3, \pi/5\} = \pi$, $\omega_0 = 2\pi/\pi = 2$. $x(t) = 5 + \frac{1}{2}e^{-j6t} + \frac{1}{2}e^{j6t} - \frac{2}{2j}e^{-j10t} + \frac{1}{j}e^{j10t} = 5e^0 + \frac{1}{2}e^{-j3\omega_0 t} + \frac{1}{2}e^{j3\omega_0 t} - \frac{1}{j}e^{-j5\omega_0 t} + \frac{1}{j}e^{j5\omega_0 t}$, pelo que os coeficientes não nulos são $a_0, a_{-3}, a_3, a_{-5}, a_5$.

Questão 6 $x(t) = 2\cos(5t) \to y(t) = 2|H(j5)|\cos[5t + \arg H(j5)] \Longrightarrow |H(j5)| = 1/2, \arg H(j5) = -3 \Longleftrightarrow H(j5) = \frac{1}{2}e^{-j3}$.

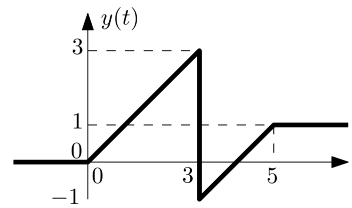
Questão 7 $H(e^{j\omega}) = 1/(1 - \frac{1}{3}e^{-j\omega})$. $X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} = 1 + 2e^{-j3\omega}$. $Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega}) = (1+2e^{-j3\omega})/(1 - \frac{1}{3}e^{-j\omega})$.

Problema 1 $y(t) = x(t)*h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)\,d\tau$.

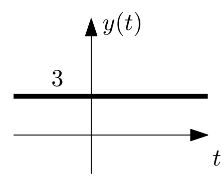




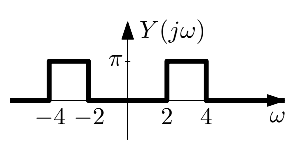
Para $t<0$, $y(t) = 0$.
Para $0<t<3$, $y(t) = \int_0^t 1\times 1\,d\tau = t$.
Para $3<t<5$, $y(t) = \int_0^t [1 - 4\delta(\tau-3)]\times 1\,d\tau = \int_0^t 1\,d\tau - 4\int_0^t \delta(\tau-3)\,d\tau = t-4$.
Para $t>5$, $y(t) = \int_0^5 [1-4\delta(\tau-3)]\times 1\,d\tau = 5-4 = 1$.



Problema 2 $x(t)$, periódico de periodo $T=4$, tem SF com coeficientes a_k. $y(t)$ tem SF com coeficientes $b_k = a_k H(jk\omega_0)$, onde $\omega_0 = 2\pi/4 = \pi/2$ e $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 1 \\ 0 & |\omega| > 1 \end{cases}$.
Para $k \neq 0$, tem-se $|k\pi/2| > 1$, pelo que $H(jk\pi/2) = 0$ e $b_k = 0$.
$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k e^{jk\omega_0 t} = b_0 = a_0 H(j0) = a_0 = \frac{1}{4}\int_0^4 x(t)\,dt = \frac{1}{4}(4+8) = 3$.



Problema 3 A TF de $\frac{\sin(Wt)}{\pi t}$ é $\begin{cases} 1 & |\omega| < W \\ 0 & |\omega| > W \end{cases}$. Usando a propriedade da linearidade, obtem-se $X(j\omega) = \begin{cases} \pi & |\omega| < 4 \\ 0 & |\omega| > 4 \end{cases}$.
A resposta em frequência do filtro é $H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| > 2 \\ 0 & |\omega| < 2 \end{cases}$.
A TF do sinal de saída é então $Y(j\omega) = X(j\omega)H(j\omega)$, ao lado esboçada:



Usando as propiedades da linearidade e deslocamento na frequência, obtem-se $y(t) = \frac{\sin t}{t}e^{-j3t} + \frac{\sin t}{t}e^{j3t} = 2\frac{\sin(t)\cos(3t)}{t}$.

Problema 4 Seguindo a sugestão, $z(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk(2\pi/T)t} = \sum_{k\text{par}} a_k e^{jk(2\pi/T)t}$. Como $c_k = \frac{1}{2}a_k[1 + e^{jk\pi}] = \frac{1}{2}a_k[1 + e^{jk(2\pi/T)(T/2)}]$, usando as propriedades da linearidade e deslocamento da SF, tem-se também $z(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(t+T/2)]$. Como $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k e^{jk(2\pi/T)t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{2k}e^{jk(2\pi/T)t}$, podemos relacionar esta expressão com a expressão de $z(t)$: $y(t) = \sum_{k\text{par}} a_k e^{j(k/2)(2\pi/T)t} = \sum_{k\text{par}} a_k e^{jk(2\pi/T)(t/2)} = z(t/2)$. Assim, $y(t) = \frac{1}{2}[x(t/2) + x(t/2+T/2)]$.