

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 14/1/2016. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n - 1)$.
- Resolva os problemas 1 a 6 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 12

Questão 1	a	b	c	d	e	f		
Questão 2	a	b	c	d	e	f		
Questão 3	a	b	c	d				
Questão 4.1	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 4.2	a	b	c	d				
Questão 5	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 6	a	b	c	d				
Questão 7	a	b	c	d	e			
Questão 8	a	b	c	d	e	f		
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 10.1	a	b	c	d	e			
Questão 10.2	a	b	c	d				
Questão 11	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 12	a	b	c	d	e			

Questão 1 (0.75 valores)

Considere o sinal de tempo contínuo $x(t) = e^{j\pi t}$. Indique o valor do seu período fundamental ou a afirmação verdadeira.

- a) 1 b) $\pi/2$ c) 2 d) π e) 2π f) $x(t)$ não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = (n - 5)^2 x(n)$. Indique a sua resposta ao sinal $x(n) = \delta(n - 2)$.

- a) $y(n) = 9$ b) $y(n) = 49$ c) $y(n) = 9\delta(n)$ d) $y(n) = 49\delta(n)$ e) $y(n) = 9\delta(n - 2)$ f) $y(n) = 49\delta(n - 2)$

Questão 3 (0.75 valores)

Classifique quanto a linearidade e estabilidade o sistema com relação entrada-saída $y(t) = tx(3t + 4)$.

- a) Linear, estável b) Linear, instável c) Não-linear, estável d) Não-linear, instável

Nas questões 4.1 e 4.2, considere o SLIT de tempo discreto com resposta ao impulso unitário $h(n) = \sin(n\pi/2)$.

Questão 4.1 (0.75 valores) Sendo $y(n)$ a resposta do SLIT ao sinal $x(n) = 3\delta(n - 2)$, indique o valor de $y(2)$.

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1 f) 2 g) 3

Questão 4.2 (0.75 valores) Classifique o SLIT quanto a estabilidade e causalidade.

- a) Estável e causal b) Instável e causal c) Estável e não causal d) Instável e não causal

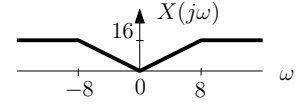
Questão 5 (0.75 valores)

Indique a expressão do sinal de tempo contínuo $x(t)$, de frequência fundamental 3, cuja série de Fourier tem coeficientes $a_k = 0$ para $k \notin \{-3, -2, 2, 3\}$, sendo $a_2 = a_{-2} = 2$ e $a_3 = a_{-3} = 1$.

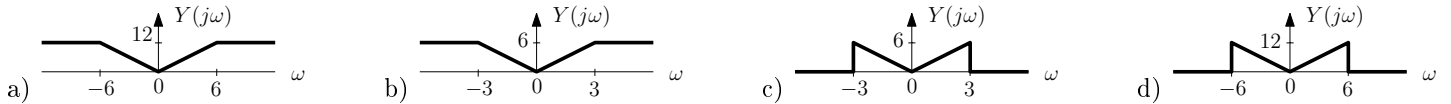
- a) $4 \cos(3t) + 2 \cos(6t)$ b) $8 \cos(3t) \cos(6t)$ c) $4 \cos(6t) + 2 \cos(9t)$ d) $8 \cos(6t) \cos(9t)$ e) $4 \cos(3t)$
 f) $2 \cos(6t)$ g) $2 \cos(9t)$

Questão 6 (0.75 valores)

O sinal $x(t)$, cuja transformada de Fourier se representa ao lado, está na entrada de um filtro real de tempo contínuo passa-baixo ideal de frequência de corte 6.



Indique a representação da transformada de Fourier do sinal de saída $y(t)$.



Questão 7 (0.75 valores)

Indique a expressão da transformada de Fourier do sinal de tempo discreto $x(n) = n[u(n-3) - u(n-5)]$.

- a) $X(e^{j\omega}) = 3e^{-j3\omega} + 4e^{-j4\omega}$ b) $X(e^{j\omega}) = \cos(3\omega)$ c) $X(e^{j\omega}) = 3e^{-j3\omega}$ d) $X(e^{j\omega}) = 4 \cos(4\omega)$ e) $X(e^{j\omega}) = 4e^{-j4\omega}$

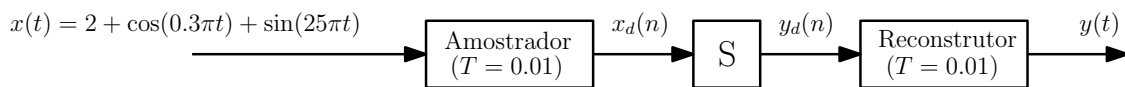
Questão 8 (0.75 valores)

Um sinal de tempo contínuo $x(t)$, com transformada de Fourier $X(j\omega)$, é amostrado com período de amostragem T . Indique a situação em que as condições do teorema da amostragem são verificadas.

- a) $x(t) = u(t + 2\pi) - u(t - 2\pi)$, $T = 1$ b) $x(t) = u(t) - u(t - 2\pi)$, $T = 0.1$ c) $x(t) = u(t)$, $T = 0.5$
 d) $X(j\omega) = u(\omega + 2\pi) - u(\omega - 2\pi)$, $T = 1$ e) $X(j\omega) = u(\omega) - u(\omega - 2\pi)$, $T = 0.1$ f) $X(j\omega) = u(\omega)$, $T = 0.5$

Questão 9 (0.75 valores)

Na figura seguinte, S é um filtro real, passa-banda ideal, de banda passante $\Omega \in [0.2\pi, 0.4\pi]$. Indique a expressão de $y(t)$.



- a) 0 b) 2 c) $2 + \cos(0.3\pi t)$ d) $2 + \cos(0.3\pi t) + \sin(25\pi t)$ e) $\cos(0.3\pi t)$ f) $\sin(25\pi t)$ g) $\cos(0.3\pi t) + \sin(25\pi t)$

Nas questões 10.1 e 10.2, considere o SLIT com função de transferência $H(s) = \frac{3s - 2}{s^2 - 4s + 3}$ para $\text{Re}(s) < 1$.

Questão 10.1 (0.75 valores)

Indique o que se pode afirmar quanto a propriedades do SLIT.

- a) Estável e causal b) Estável e não causal c) Instável e causal d) Instável e não causal e) Nada

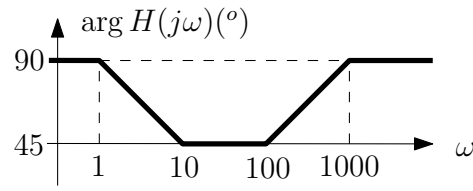
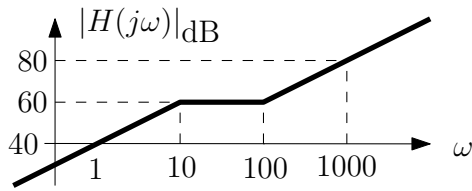
Questão 10.2 (0.75 valores)

Indique a equação diferencial a que obedecem a entrada $x(t)$ e saída $y(t)$.

- a) $-2 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 3 \frac{d^2x(t)}{dt^2} - 4 \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$ b) $3 \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} - 4 \frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$
 c) $3 \frac{d^2y(t)}{dt^2} - 4 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -2 \frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$ d) $\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 3 \frac{dx(t)}{dt} - 2x(t)$

Questão 11 (0.75 valores)

Indique uma possível função de transferência do sistema cujo diagrama de Bode tem as aproximações assintóticas representadas na figura seguinte.



a) $H(s) = \frac{10s^2 + 1000s}{s + 10}$

b) $H(s) = \frac{100s^2 + 10^4s}{s + 10}$

c) $H(s) = \frac{100s^2 + 1000s}{s + 1}$

d) $H(s) = \frac{10s^2 + 100s}{s + 1}$

e) $H(s) = \frac{10s^2 + 100s}{s + 100}$

f) $H(s) = \frac{100s^2 + 1000s}{s + 100}$

g) $H(s) = \frac{100s^2 + 100s}{s + 10}$

h) $H(s) = \frac{10s^2 + 10s}{s + 10}$

Questão 12 (0.75 valores)

Das seguintes funções de transferência, indique a do sistema cuja resposta ao degrau unitário toma valores inferiores a 3 em todos os instantes de tempo.

a) $H_1(s) = \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$

b) $H_2(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 1}$

c) $H_3(s) = \frac{7}{s + 2}$

d) $H_4(s) = \frac{2}{s + 0.5}$

e) Nenhuma

Problema 1 (1.5 valores)

O SLIT de tempo contínuo com resposta ao impulso unitário $h(t) = u(t) - u(t - \pi)$ tem à entrada o sinal $x(t) = \sin(t)u(t)$. Determine e esboce o sinal de saída $y(t)$.

Problema 2 (1.5 valores)

O SLIT de tempo discreto com resposta em frequência $H(e^{j\omega}) = 9 - 2e^{-j\omega}$ tem à entrada o sinal $x(n) = (1/3)^n u(n)$. Determine e esboce o sinal de saída $y(n)$.

Problema 3 (1.5 valores)

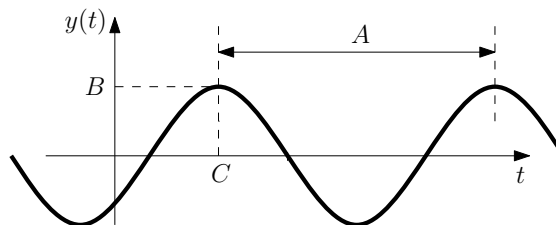
Considere o SLIT de tempo contínuo com função de transferência $H(s) = \frac{2s^2 + 4s - 21}{s + 3}$ para $\text{Re}(s) > -3$.

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = e^{2t}u(-t)$.

Problema 4 (1.5 valores)

Considere o SLIT de tempo contínuo com função de transferência $H(s) = \frac{1}{s + 2}$ para $\text{Re}(s) > -2$.

A resposta do SLIT a $x(t) = \sin(2t)$ é o sinal $y(t)$ parcialmente representado na figura seguinte. Determine A , B , C .



Problema 5 (1.5 valores)

De um SLIT real, de tempo contínuo, de segunda ordem, sem zeros, sabe-se o seguinte:

- A sua resposta ao degrau unitário atinge o valor máximo no instante $t = \frac{\sqrt{2}}{3}$;
- A sua resposta a $x(t) = \cos(3\pi t)$ é $y(t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$.

Determine a expressão da função de transferência do SLIT, $H(s)$, sem quaisquer constantes desconhecidas.

Problema 6

Um sistema amostrador defeituoso é caracterizado pela seguinte relação entre a sua entrada $x_c(t)$ e saída $x_d(n)$:

$$x_d(n) = \begin{cases} x_c(nT) & \text{se } n \text{ é par} \\ -x_c(nT) & \text{se } n \text{ é ímpar,} \end{cases}$$

onde T é uma constante positiva.

6.1) (1 valor) Determine a relação entre as transformadas de Fourier de $x_c(t)$ e $x_d(n)$, respectivamente, $X_c(j\omega)$ e $X_d(e^{j\Omega})$.

6.2) (1 valor) Sabendo-se que $X_c(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq \pi/T$, é sempre possível recuperar $x_c(t)$ a partir de $x_d(n)$? Em caso afirmativo, diga como proceder para o fazer; em caso negativo, dê um exemplo que demonstre a impossibilidade.

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 14/1/2016. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação C e n alternativas de resposta é cotada com $-C/(n - 1)$.
- Resolva os problemas 1 a 6 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 12

Questão 1	a	b	c	d	e	f		
Questão 2	a	b	c	d	e	f		
Questão 3	a	b	c	d				
Questão 4.1	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 4.2	a	b	c	d				
Questão 5	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 6	a	b	c	d				
Questão 7	a	b	c	d	e			
Questão 8	a	b	c	d	e	f		
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	
Questão 10.1	a	b	c	d	e			
Questão 10.2	a	b	c	d				
Questão 11	a	b	c	d	e	f	g	h
Questão 12	a	b	c	d	e			

Questão 1 (0.75 valores)

Considere o sinal de tempo contínuo $x(t) = e^{j2\pi t}$. Indique o valor do seu período fundamental ou a afirmação verdadeira.

- a) 1 b) $\pi/2$ c) 2 d) π e) 2π f) $x(t)$ não é periódico

Questão 2 (0.75 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída $y(n) = (n - 3)^2 x(n)$. Indique a sua resposta ao sinal $x(n) = \delta(n - 1)$.

- a) $y(n) = 4$ b) $y(n) = 4\delta(n)$ c) $y(n) = 4\delta(n - 1)$ d) $y(n) = 16$ e) $y(n) = 16\delta(n)$ f) $y(n) = 16\delta(n - 1)$

Questão 3 (0.75 valores)

Classifique quanto a estabilidade e linearidade o sistema com relação entrada-saída $y(t) = tx(2t + 5)$.

- a) Estável, linear b) Estável, não-linear c) Instável, linear d) Instável, não-linear

Nas questões 4.1 e 4.2, considere o SLIT de tempo discreto com resposta ao impulso unitário $h(n) = \cos(n\pi/2)$.

Questão 4.1 (0.75 valores) Sendo $y(n)$ a resposta do SLIT ao sinal $x(n) = 2\delta(n - 3)$, indique o valor de $y(3)$.

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1 f) 2 g) 3

Questão 4.2 (0.75 valores) Classifique o SLIT quanto a estabilidade e causalidade.

- a) Instável e não causal b) Instável e causal c) Estável e não causal d) Estável e causal

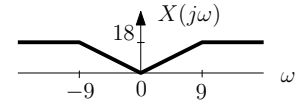
Questão 5 (0.75 valores)

Indique a expressão do sinal de tempo contínuo $x(t)$, de frequência fundamental 2, cuja série de Fourier tem coeficientes $a_k = 0$ para $k \notin \{-3, -2, 2, 3\}$, sendo $a_2 = a_{-2} = 1$ e $a_3 = a_{-3} = 2$.

- a) $2 \cos(2t)$ b) $4 \cos(4t)$ c) $4 \cos(6t)$ d) $2 \cos(2t) + 4 \cos(4t)$ e) $8 \cos(2t) \cos(4t)$
 f) $2 \cos(4t) + 4 \cos(6t)$ g) $8 \cos(4t) \cos(6t)$

Questão 6 (0.75 valores)

O sinal $x(t)$, cuja transformada de Fourier se representa ao lado, está na entrada de um filtro real de tempo contínuo passa-baixo ideal de frequência de corte 8.



Indique a representação da transformada de Fourier do sinal de saída $y(t)$.

- a) b) c) d)

Questão 7 (0.75 valores)

Indique a expressão da transformada de Fourier do sinal de tempo discreto $x(n) = n[u(n-2) - u(n-4)]$.

- a) $X(e^{j\omega}) = 2e^{-j2\omega}$ b) $X(e^{j\omega}) = 2 \cos(2\omega)$ c) $X(e^{j\omega}) = 3e^{-j3\omega}$ d) $X(e^{j\omega}) = \cos(3\omega)$ e) $X(e^{j\omega}) = 2e^{-j2\omega} + 3e^{-j3\omega}$

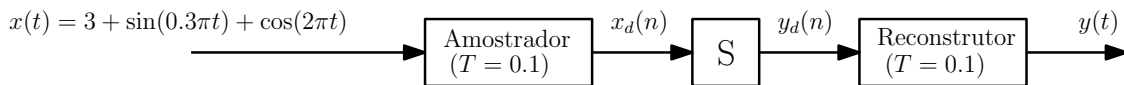
Questão 8 (0.75 valores)

Um sinal de tempo contínuo $x(t)$, com transformada de Fourier $X(j\omega)$, é amostrado com período de amostragem T . Indique a situação em que as condições do teorema da amostragem são verificadas.

- a) $X(j\omega) = u(\omega + 4\pi) - u(\omega - 4\pi)$, $T = 0.5$ b) $X(j\omega) = u(\omega) - u(\omega - 4\pi)$, $T = 0.1$ c) $X(j\omega) = u(\omega)$, $T = 1$
 d) $x(t) = u(t + 4\pi) - u(t - 4\pi)$, $T = 0.5$ e) $x(t) = u(t) - u(t - 4\pi)$, $T = 0.1$ f) $x(t) = u(t)$, $T = 1$

Questão 9 (0.75 valores)

Na figura seguinte, S é um filtro real, passa-banda ideal, de banda passante $\Omega \in [0.1\pi, 0.5\pi]$. Indique a expressão de $y(t)$.



- a) 0 b) 3 c) $3 + \sin(0.3\pi t)$ d) $3 + \sin(0.3\pi t) + \cos(2\pi t)$ e) $\sin(0.3\pi t) + \cos(2\pi t)$ f) $\sin(0.3\pi t)$ g) $\cos(2\pi t)$

Nas questões 10.1 e 10.2, considere o SLIT com função de transferência $H(s) = \frac{4s - 3}{s^2 - 7s + 10}$ para $\text{Re}(s) < 2$.

Questão 10.1 (0.75 valores)

Indique o que se pode afirmar quanto a propriedades do SLIT.

- a) Nada b) Estável e causal c) Instável e causal d) Estável e não causal e) Instável e não causal

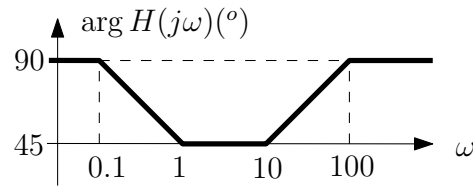
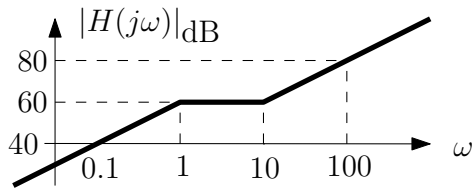
Questão 10.2 (0.75 valores)

Indique a equação diferencial a que obedecem a entrada $x(t)$ e saída $y(t)$.

- a) $10 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 7 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -3 \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t)$ b) $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 7 \frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = 4 \frac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$
 c) $-3 \frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 10 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - 7 \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$ d) $4 \frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - 7 \frac{dx(t)}{dt} + 10x(t)$

Questão 11 (0.75 valores)

Indique uma possível função de transferência do sistema cujo diagrama de Bode tem as aproximações assintóticas representadas na figura seguinte.



- a) $H(s) = \frac{10s^2 + 1000s}{s + 10}$ b) $H(s) = \frac{100s^2 + 10^4s}{s + 10}$ c) $H(s) = \frac{100s^2 + 1000s}{s + 1}$ d) $H(s) = \frac{10s^2 + 100s}{s + 1}$
 e) $H(s) = \frac{10s^2 + 100s}{s + 100}$ f) $H(s) = \frac{100s^2 + 1000s}{s + 100}$ g) $H(s) = \frac{100s^2 + 100s}{s + 10}$ h) $H(s) = \frac{10s^2 + 10s}{s + 10}$

Questão 12 (0.75 valores)

Das seguintes funções de transferência, indique a do sistema cuja resposta ao degrau unitário toma valores inferiores a 5 em todos os instantes de tempo.

- a) $H_4(s) = \frac{3}{s + 0.5}$ b) $H_3(s) = \frac{7}{s + 1}$ c) $H_2(s) = \frac{6}{s^2 + 2s + 1}$ d) $H_1(s) = \frac{8}{s^2 + 2s + 4}$ e) Nenhuma

Problema 1 (1.5 valores)

O SLIT de tempo contínuo com resposta ao impulso unitário $h(t) = u(t) - u(t - \pi)$ tem à entrada o sinal $x(t) = \cos(t)u(t)$. Determine e esboce o sinal de saída $y(t)$.

Problema 2 (1.5 valores)

O SLIT de tempo discreto com resposta em frequência $H(e^{j\omega}) = 5 - 4e^{-j\omega}$ tem à entrada o sinal $x(n) = (1/2)^n u(n)$. Determine e esboce o sinal de saída $y(n)$.

Problema 3 (1.5 valores)

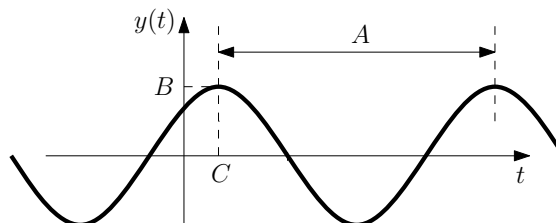
Considere o SLIT de tempo contínuo com função de transferência $H(s) = \frac{2s^2 - s - 20}{s + 2}$ para $\text{Re}(s) > -2$.

Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta $y(t)$ ao sinal $x(t) = e^{3t}u(-t)$.

Problema 4 (1.5 valores)

Considere o SLIT de tempo contínuo com função de transferência $H(s) = \frac{1}{s + 3}$ para $\text{Re}(s) > -3$.

A resposta do SLIT a $x(t) = \cos(3t)$ é o sinal $y(t)$ parcialmente representado na figura seguinte. Determine A, B, C.



Problema 5 (1.5 valores)

De um SLIT real, de tempo contínuo, de segunda ordem, sem zeros, sabe-se o seguinte:

- A sua resposta ao degrau unitário atinge o valor máximo no instante $t = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- A sua resposta a $x(t) = \sin(2\pi t)$ é $y(t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$.

Determine a expressão da função de transferência do SLIT, $H(s)$, sem quaisquer constantes desconhecidas.

Problema 6

Um sistema amostrador defeituoso é caracterizado pela seguinte relação entre a sua entrada $x_c(t)$ e saída $x_d(n)$:

$$x_d(n) = \begin{cases} x_c(nT) & \text{se } n \text{ é par} \\ -x_c(nT) & \text{se } n \text{ é ímpar,} \end{cases}$$

onde T é uma constante positiva.

6.1) (1 valor) Determine a relação entre as transformadas de Fourier de $x_c(t)$ e $x_d(n)$, respectivamente, $X_c(j\omega)$ e $X_d(e^{j\Omega})$.

6.2) (1 valor) Sabendo-se que $X_c(j\omega) = 0$ para $|\omega| \geq \pi/T$, é sempre possível recuperar $x_c(t)$ a partir de $x_d(n)$? Em caso afirmativo, diga como proceder para o fazer; em caso negativo, dê um exemplo que demonstre a impossibilidade.