

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 15/1/2015. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação  $C$  e  $n$  alternativas de resposta é cotada com  $-C/(n - 1)$ .
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 12

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 2	a	b	c	d	e				
Questão 3	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Questão 4	a	b	c	d					
Questão 5	a	b	c	d	e	f			
Questão 6	a	b	c	d					
Questão 7	a	b	c	d					
Questão 8	a	b	c	d	e				
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 10	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 11	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 12	a	b	c	d	e				

Questão 1 (0.9 valores)

Indique o valor do período fundamental do sinal de tempo discreto  $x(n) = \sin(\frac{4}{5}\pi n)$ .

- a) 0    b) 1    c) 5/4    d) 2    e) 5/2    f) 5    g) 10    h) O sinal não é periódico

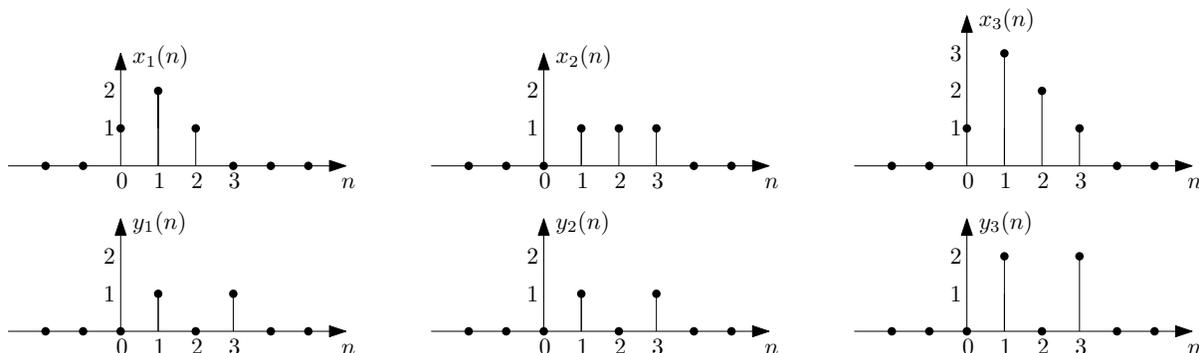
Questão 2 (0.9 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída  $y(t) = x(t)\delta(t - 2)$ . Indique a sua resposta ao sinal  $x(t) = t^3u(t)$ .

- a)  $y(t) = 0$     b)  $y(t) = \delta(t - 2)$     c)  $y(t) = 8\delta(t - 2)$     d)  $y(t) = (t - 2)^3u(t - 2)$     e)  $y(t) = u(t)\delta(t - 2)$

Questão 3 (0.9 valores)

De um sistema S conhecem-se apenas as respostas  $y_1(n)$ ,  $y_2(n)$ ,  $y_3(n)$  às entradas  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$ ,  $x_3(n)$ , sinais que são nulos excepto na região abaixo representada. A respeito de propriedades de S, que afirmação podemos garantir ser verdadeira?



- a) Causal    b) Linear    c) Invariante no tempo    d) Invertível  
 e) Não causal    f) Não linear    g) Variante no tempo    h) Não invertível    i) Nenhuma das anteriores

**Questão 4** (0.9 valores)

Indique o que pode afirmar quanto a propriedades do SLIT com resposta ao impulso unitário  $h(t) = u(t + 1) - u(t - 2)$ .

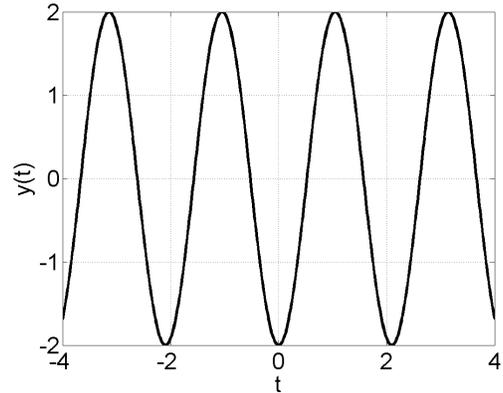
- a) Estável e causal      b) Instável e causal      c) Estável e não causal      d) Instável e não causal

**Questão 5** (0.9 valores)

O SLIT com resposta em frequência  $H(j\omega)$  responde a  $x(t) = \cos(3t)$  com o sinal  $y(t)$ , de que se representa um troço na figura ao lado.

Que afirmação sabemos ser verdadeira?

- a)  $H(j2) = -2$       b)  $H(j2) = 3$       c)  $H(j2) = 2 + j3$   
 d)  $H(j3) = -2$       e)  $H(j3) = 3$       f)  $H(j3) = 2 + j3$



**Questão 6** (0.9 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT que se rege pela equação diferencial  $2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} - 3x(t)$ .

- a)  $H(j\omega) = \frac{3 - 2\omega^2 + j\omega}{-3 + j\omega}$       b)  $H(j\omega) = \frac{2\omega^2 + \omega + 3}{\omega - 3}$       c)  $H(j\omega) = \frac{-3 + j\omega}{3 - 2\omega^2 + j\omega}$       d)  $H(j\omega) = \frac{\omega - 3}{2\omega^2 + \omega + 3}$

**Questão 7** (0.9 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT que se rege pela equação às diferenças  $y(n) - 3y(n - 2) = 2x(n) + x(n - 1)$ .

- a)  $H(e^{j\omega}) = \frac{2 + e^{-j\omega}}{1 - 3e^{-j2\omega}}$       b)  $H(e^{j\omega}) = \frac{1 - 3e^{-j2\omega}}{2 + e^{-j\omega}}$       c)  $H(e^{j\omega}) = \frac{2 + e^{-j2\omega}}{1 - 3e^{-j\omega}}$       d)  $H(e^{j\omega}) = \frac{1 - 3e^{-j\omega}}{2 + e^{-j2\omega}}$

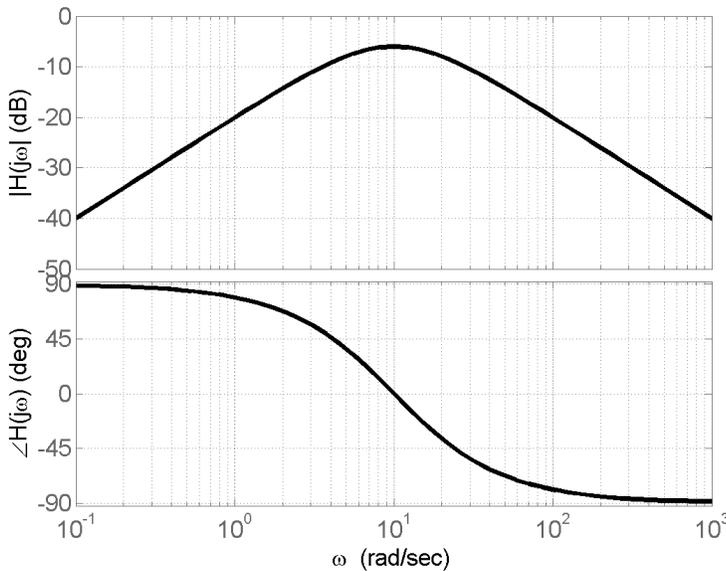
**Questão 8** (0.9 valores)

Em seguida listam-se funções de transferência de SLITs causais. Indique uma que corresponda a um sistema estável.

- a)  $H(s) = \frac{1}{s - 5}$       b)  $H(s) = \frac{s + 3}{s - 2}$       c)  $H(s) = \frac{1}{s(s + 3)}$       d)  $H(s) = \frac{s}{(s + 2)^2}$       e)  $H(s) = \frac{1}{(s + 1)(s - 2)}$

**Questão 9** (0.9 valores)

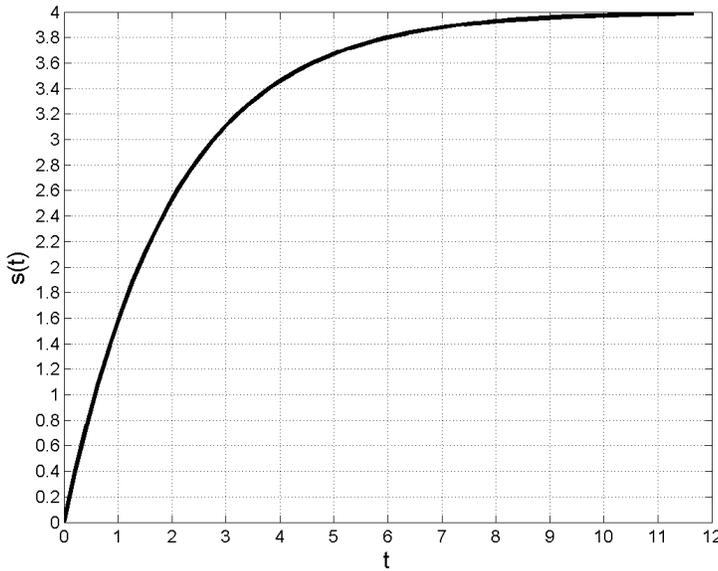
Indique a função de transferência compatível com os diagramas de Bode da figura seguinte.



- a)  $H(s) = \frac{s}{s + 10}$       b)  $H(s) = \frac{10s}{s + 10}$   
 c)  $H(s) = \frac{s}{(s + 10)^2}$       d)  $H(s) = \frac{10s}{(s + 10)^2}$   
 e)  $H(s) = \frac{s + 10}{s}$       f)  $H(s) = \frac{s + 10}{10s}$   
 g)  $H(s) = \frac{(s + 10)^2}{s}$       h)  $H(s) = \frac{(s + 10)^2}{10s}$

**Questão 10** (0.9 valores)

Indique a função de transferência do SLIT de primeira ordem sem zeros cuja resposta ao degrau unitário é a da figura.



a)  $H(s) = \frac{8}{s+2}$

b)  $H(s) = \frac{1}{s+2}$

c)  $H(s) = \frac{4}{s+1}$

d)  $H(s) = \frac{1}{s+1}$

e)  $H(s) = \frac{4}{3s+1}$

f)  $H(s) = \frac{1}{3s+1}$

g)  $H(s) = \frac{4}{2s+1}$

h)  $H(s) = \frac{1}{2s+1}$

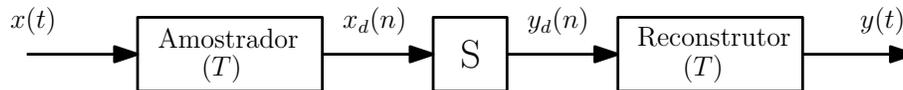
**Questão 11** (0.9 valores)

Usando o período de amostragem  $T = 0.25$ , amostra-se o sinal  $x(t)$ , de Transformada de Fourier  $X(j\omega)$ . Indique uma condição que garanta que  $x(t)$  é univocamente determinado pelas suas amostras  $x(nT)$ .

- a)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \geq 4\pi$     b)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \geq 8\pi$     c)  $x(t) = 0$  para  $|t| \geq 4\pi$     d)  $x(t) = 0$  para  $|t| \geq 8\pi$   
 e)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \leq 4\pi$     f)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \leq 8\pi$     g)  $x(t) = 0$  para  $|t| \leq 4\pi$     h)  $x(t) = 0$  para  $|t| \leq 8\pi$

**Questão 12** (0.9 valores)

Considere a figura seguinte, onde  $x(t) = 2 + \sin(\pi t)$ ,  $T = 0.25$  e S é um filtro passa-alto ideal de frequência de corte  $\pi/3$ .

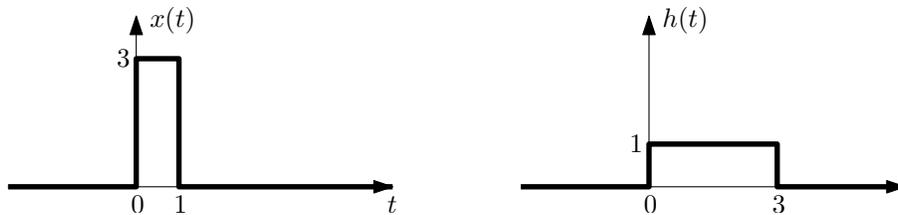


Indique a expressão de  $y(t)$ .

- a)  $y(t) = 0$     b)  $y(t) = 2$     c)  $y(t) = \sin(\pi t)$     d)  $y(t) = \sin(\pi t/3)$     e)  $y(t) = \sin(4\pi t/3)$

**Problema 1** (1.2 valores)

O sinal  $x(t)$  está na entrada do SLIT de resposta ao impulso unitário  $h(t)$ . Determine e esboce o sinal de saída.



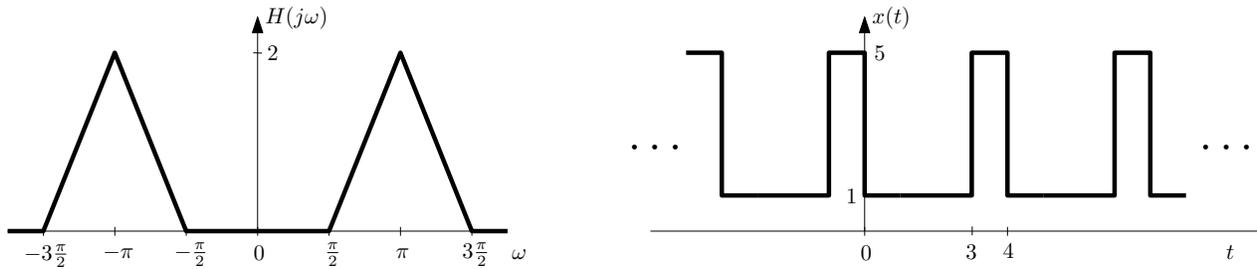
**Problema 2** (1.2 valores)

Considere o filtro passa-baixo ideal de tempo discreto com frequência de corte  $\pi/2$ .

Determine a sua resposta  $y(n)$  ao sinal de entrada  $x(n) = \frac{\sin(2n)}{n}$ .

**Problema 3** (1.2 valores)

Considere o SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência  $H(j\omega)$ . Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta  $y(t)$  ao sinal periódico  $x(t)$  abaixo esboçado.



**Problema 4** (1.2 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto com resposta em frequência  $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \frac{5}{6}e^{-j\omega} + \frac{1}{6}e^{-j2\omega}}$ .

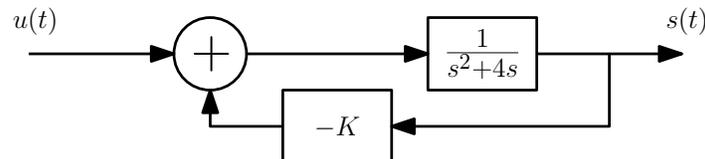
Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta ao sinal  $x(n) = \delta(n) + (\frac{1}{3})^n u(n)$ .

**Problema 5** (1.2 valores)

Um SLIT de tempo contínuo responde ao sinal  $u(t)$  com o sinal  $e^{-2t}u(t)$ . Determine a sua resposta ao sinal  $x(t) = e^{3t}u(-t)$ .

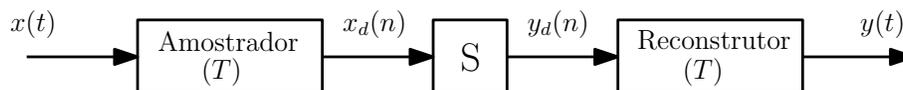
**Problema 6** (1.2 valores)

Considere o SLIT causal descrito pelo diagrama de blocos seguinte, onde  $K > 0$ . Determine a gama de valores de  $K$  para os quais a resposta  $s(t)$  é monótona e tem valor final inferior a 2.



**Problema 7**

Considere o sistema seguinte, onde  $T = 0.25$  e  $S$  é o SLIT com resposta ao impulso unitário  $h(n) = \delta(n) + \delta(n - 3)$ .



**7.1** (1 valor) Considerando apenas sinais de entrada  $x(t)$  que respeitam as condições do Teorema da Amostragem (TA), demonstre a veracidade ou falsidade da seguinte afirmação: o sistema  $x(t) \rightarrow y(t)$  é invertível.

**7.2** (1 valor) Considerando sinais de entrada  $x(t)$  genéricos, ou seja, que podem não respeitar as condições do TA, demonstre a veracidade ou falsidade da seguinte afirmação: o sistema  $x(t) \rightarrow y(t)$  é invariante no tempo.

Sinais e Sistemas – Exame

Data: 15/1/2015. Duração: 3 horas

Número:	Nome:
---------	-------

- Identifique este enunciado e a folha de respostas com o seu número e os seus primeiro e último nomes.
- Para as questões 1 a 12, indique as suas respostas, com cruces, na tabela seguinte. Respostas erradas têm cotação negativa: uma resposta errada a uma questão de cotação  $C$  e  $n$  alternativas de resposta é cotada com  $-C/(n - 1)$ .
- Resolva os problemas 1 a 7 na folha de respostas, justificando todos os passos.

Respostas às questões 1 a 12

Questão 1	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 2	a	b	c	d	e				
Questão 3	a	b	c	d	e	f	g	h	i
Questão 4	a	b	c	d					
Questão 5	a	b	c	d	e	f			
Questão 6	a	b	c	d					
Questão 7	a	b	c	d					
Questão 8	a	b	c	d	e				
Questão 9	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 10	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 11	a	b	c	d	e	f	g	h	
Questão 12	a	b	c	d	e				

Questão 1 (0.9 valores)

Indique o valor do período fundamental do sinal de tempo discreto  $x(n) = \sin\left(\frac{6}{7}\pi n\right)$ .

- a) 14    b) 7    c) 7/3    d) 2    e) 7/6    f) 1    g) 0    h) O sinal não é periódico

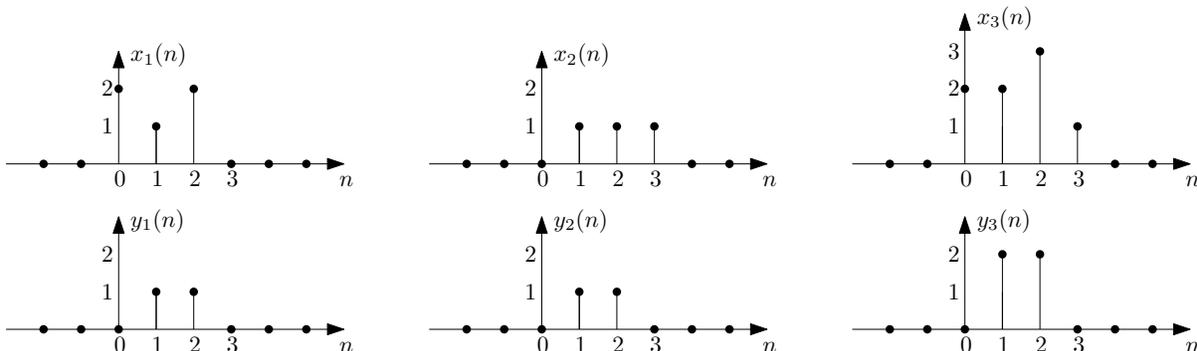
Questão 2 (0.9 valores)

Considere o sistema com relação entrada-saída  $y(t) = x(t)\delta(t - 3)$ . Indique a sua resposta ao sinal  $x(t) = t^2u(t)$ .

- a)  $y(t) = 0$     b)  $y(t) = u(t)\delta(t - 3)$     c)  $y(t) = (t - 3)^2u(t - 3)$     d)  $y(t) = \delta(t - 3)$     e)  $y(t) = 9\delta(t - 3)$

Questão 3 (0.9 valores)

De um sistema S conhecem-se apenas as respostas  $y_1(n)$ ,  $y_2(n)$ ,  $y_3(n)$  às entradas  $x_1(n)$ ,  $x_2(n)$ ,  $x_3(n)$ , sinais que são nulos excepto na região abaixo representada. A respeito de propriedades de S, que afirmação podemos garantir ser verdadeira?



- a) Invertível    b) Invariante no tempo    c) Linear    d) Causal  
 e) Não invertível    f) Variante no tempo    g) Não linear    h) Não causal    i) Nenhuma das anteriores

**Questão 4** (0.9 valores)

Indique o que pode afirmar quanto a propriedades do SLIT com resposta ao impulso unitário  $h(t) = u(t + 2) - u(t - 1)$ .

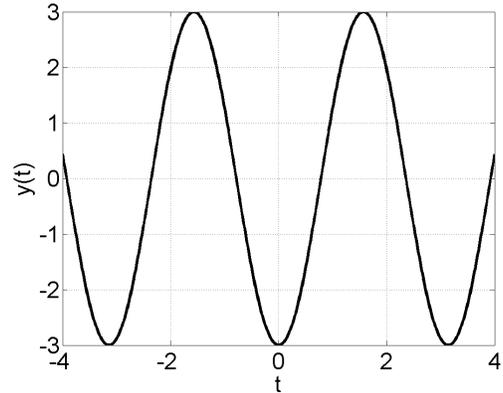
- a) Estável e causal      b) Estável e não causal      c) Instável e causal      d) Instável e não causal

**Questão 5** (0.9 valores)

O SLIT com resposta em frequência  $H(j\omega)$  responde a  $x(t) = \cos(2t)$  com o sinal  $y(t)$ , de que se representa um troço na figura ao lado.

Que afirmação sabemos ser verdadeira?

- a)  $H(j2) = -3$       b)  $H(j2) = 2$       c)  $H(j2) = 3 + j2$   
 d)  $H(j3) = -3$       e)  $H(j3) = 2$       f)  $H(j3) = 3 + j2$



**Questão 6** (0.9 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT que se rege pela equação diferencial  $2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt} - x(t)$ .

- a)  $H(j\omega) = \frac{2\omega^2 + 3\omega + 1}{2\omega - 1}$       b)  $H(j\omega) = \frac{2\omega - 1}{2\omega^2 + 3\omega + 1}$       c)  $H(j\omega) = \frac{1 - 2\omega^2 + j3\omega}{-1 + j2\omega}$       d)  $H(j\omega) = \frac{-1 + j2\omega}{1 - 2\omega^2 + j3\omega}$

**Questão 7** (0.9 valores)

Indique a resposta em frequência do SLIT que se rege pela equação às diferenças  $2y(n) - y(n - 2) = x(n) + 3x(n - 1)$ .

- a)  $H(e^{j\omega}) = \frac{1 + 3e^{-j2\omega}}{2 - e^{-j\omega}}$       b)  $H(e^{j\omega}) = \frac{1 + 3e^{-j\omega}}{2 - e^{-j2\omega}}$       c)  $H(e^{j\omega}) = \frac{2 - e^{-j\omega}}{1 + 3e^{-j2\omega}}$       d)  $H(e^{j\omega}) = \frac{2 - e^{-j2\omega}}{1 + 3e^{-j\omega}}$

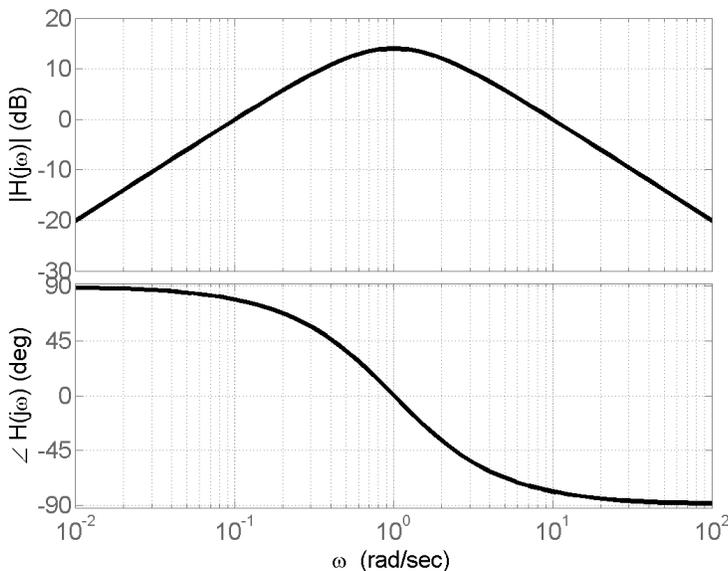
**Questão 8** (0.9 valores)

Em seguida listam-se funções de transferência de SLITs causais. Indique uma que corresponda a um sistema estável.

- a)  $H(s) = \frac{1}{s - 4}$       b)  $H(s) = \frac{s + 2}{s - 3}$       c)  $H(s) = \frac{1}{s(s + 1)}$       d)  $H(s) = \frac{1}{(s - 1)(s + 1)}$       e)  $H(s) = \frac{s}{(s + 1)^2}$

**Questão 9** (0.9 valores)

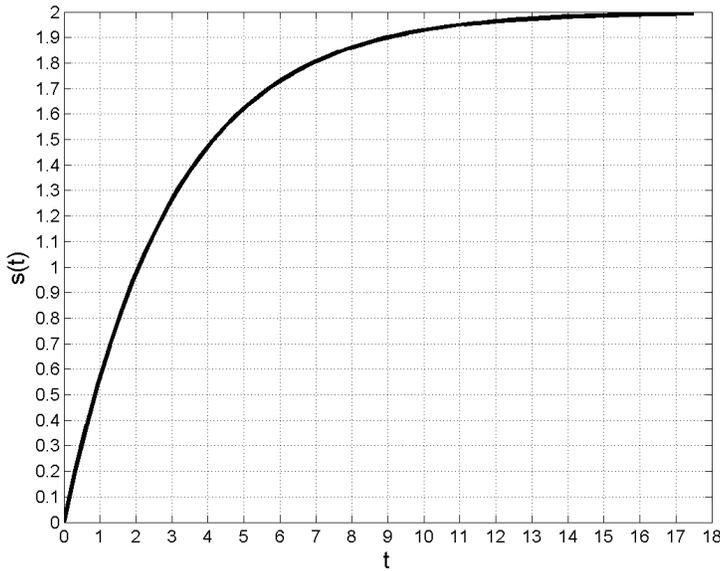
Indique a função de transferência compatível com os diagramas de Bode da figura seguinte.



- a)  $H(s) = \frac{s}{s + 1}$       b)  $H(s) = \frac{10s}{s + 1}$   
 c)  $H(s) = \frac{s + 1}{s}$       d)  $H(s) = \frac{s + 1}{10s}$   
 e)  $H(s) = \frac{s}{(s + 1)^2}$       f)  $H(s) = \frac{10s}{(s + 1)^2}$   
 g)  $H(s) = \frac{(s + 1)^2}{s}$       h)  $H(s) = \frac{(s + 1)^2}{10s}$

**Questão 10** (0.9 valores)

Indique a função de transferência do SLIT de primeira ordem sem zeros cuja resposta ao degrau unitário é a da figura.



a)  $H(s) = \frac{1}{s+1}$

b)  $H(s) = \frac{2}{s+1}$

c)  $H(s) = \frac{1}{s+3}$

d)  $H(s) = \frac{6}{s+3}$

e)  $H(s) = \frac{1}{3s+1}$

f)  $H(s) = \frac{2}{3s+1}$

g)  $H(s) = \frac{1}{3s+2}$

h)  $H(s) = \frac{4}{3s+2}$

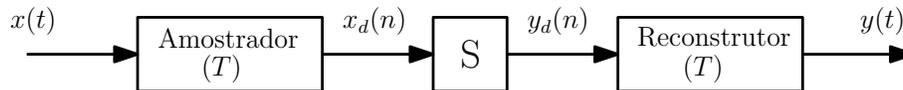
**Questão 11** (0.9 valores)

Usando o período de amostragem  $T = 1/3$ , amostra-se o sinal  $x(t)$ , de Transformada de Fourier  $X(j\omega)$ . Indique uma condição que garanta que  $x(t)$  é univocamente determinado pelas suas amostras  $x(nT)$ .

- a)  $x(t) = 0$  para  $|t| \geq 3\pi$     b)  $x(t) = 0$  para  $|t| \geq 6\pi$     c)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \geq 3\pi$     d)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \geq 6\pi$   
 e)  $x(t) = 0$  para  $|t| \leq 3\pi$     f)  $x(t) = 0$  para  $|t| \leq 6\pi$     g)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \leq 3\pi$     h)  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| \leq 6\pi$

**Questão 12** (0.9 valores)

Considere a figura seguinte, onde  $x(t) = 3 + \sin(\pi t)$ ,  $T = 1/3$  e S é um filtro passa-alto ideal de frequência de corte  $\pi/2$ .

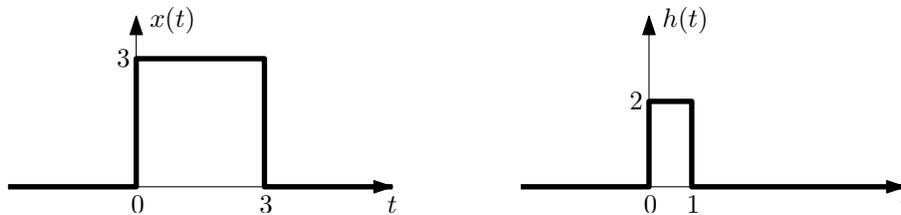


Indique a expressão de  $y(t)$ .

- a)  $y(t) = \sin(3\pi t/2)$     b)  $y(t) = \sin(\pi t/2)$     c)  $y(t) = \sin(\pi t)$     d)  $y(t) = 3$     e)  $y(t) = 0$

**Problema 1** (1.2 valores)

O sinal  $x(t)$  está na entrada do SLIT de resposta ao impulso unitário  $h(t)$ . Determine e esboce o sinal de saída.



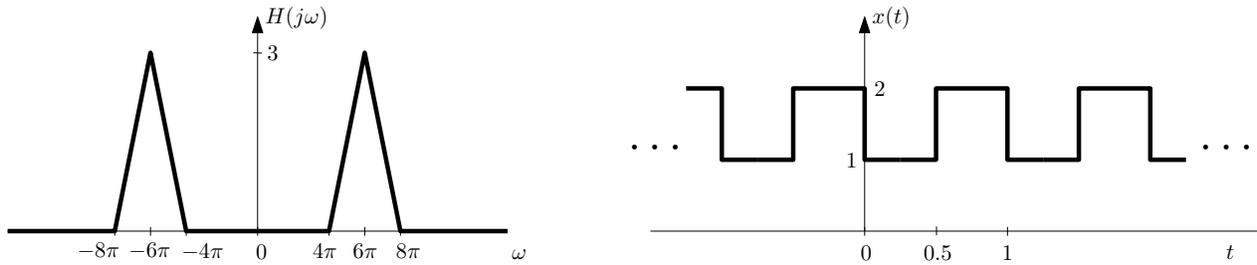
**Problema 2** (1.2 valores)

Considere o filtro passa-baixo ideal de tempo discreto com frequência de corte  $\pi/3$ .

Determine a sua resposta  $y(n)$  ao sinal de entrada  $x(n) = \frac{\sin(3n)}{n}$ .

**Problema 3** (1.2 valores)

Considere o SLIT de tempo contínuo com resposta em frequência  $H(j\omega)$ . Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta  $y(t)$  ao sinal periódico  $x(t)$  abaixo esboçado.



**Problema 4** (1.2 valores)

Considere o SLIT de tempo discreto com resposta em frequência  $H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - \frac{5}{6}e^{-j\omega} + \frac{1}{6}e^{-j2\omega}}$ .

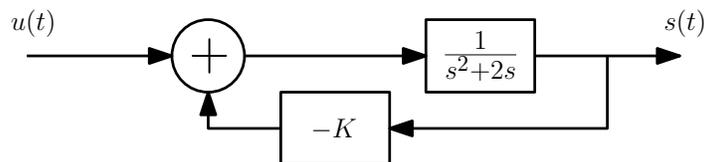
Determine, na forma de uma expressão tão simples quanto possível, a sua resposta ao sinal  $x(n) = \delta(n) + (\frac{1}{2})^n u(n)$ .

**Problema 5** (1.2 valores)

Um SLIT de tempo contínuo responde ao sinal  $u(t)$  com o sinal  $e^{-3t}u(t)$ . Determine a sua resposta ao sinal  $x(t) = e^{2t}u(-t)$ .

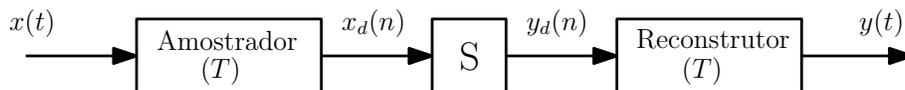
**Problema 6** (1.2 valores)

Considere o SLIT causal descrito pelo diagrama de blocos seguinte, onde  $K > 0$ . Determine a gama de valores de  $K$  para os quais a resposta  $s(t)$  é monótona e tem valor final inferior a 3.



**Problema 7**

Considere o sistema seguinte, onde  $T = 1/3$  e S é o SLIT com resposta ao impulso unitário  $h(n) = \delta(n) + \delta(n - 4)$ .



**7.1)** (1 valor) Considerando apenas sinais de entrada  $x(t)$  que respeitam as condições do Teorema da Amostragem (TA), demonstre a veracidade ou falsidade da seguinte afirmação: o sistema  $x(t) \rightarrow y(t)$  é invertível.

**7.2)** (1 valor) Considerando sinais de entrada  $x(t)$  genéricos, ou seja, que podem não respeitar as condições do TA, demonstre a veracidade ou falsidade da seguinte afirmação: o sistema  $x(t) \rightarrow y(t)$  é invariante no tempo.